



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

MODELOVÁNÍ RÁZU PŘI PROUDĚNÍ PLYNU

PRESSURE SURGE IN THE FLOWING GAS SIMULATION

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jakub Sedlmajer

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

BRNO 2019

Zadání diplomové práce

Ústav: Energetický ústav
Student: **Bc. Jakub Sedlmajer**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Fluidní inženýrství
Vedoucí práce: **doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.**
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Modelování rázu při proudění plynu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Literární rešerše rázu v plynech a různých způsobů vakuování.
Nestacionárních proudění plynu v trubici je provázáno tlakovými i teplotními změnami. Úkolem diplomanta bude tyto jevy modelovat v 1D oblasti v závislosti na čase. Dále se diplomant zaměří na možnosti využití těchto tlakových pulsací především ve vakuové technice.

Cíle diplomové práce:

Jednorozměrný model tlakových pulsací plynu v potrubí.
Navržení a dle možností laboratoře provedení experimentu.
Posoudit a navrhnout možnosti využití rázu pro tvorbu vakua.

Seznam doporučené literatury:

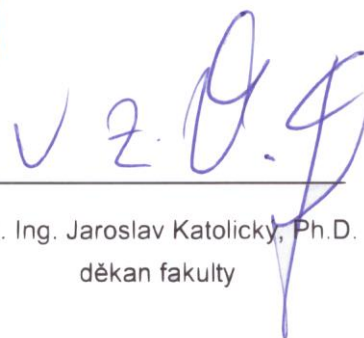
VARCHOLA, M., KNÍŽAT, B., TÓTH, P.: Hydraulické riešenie potrubných systémov. Viena. Košice. 2004. 265 s. ISBN 80-8073-126-8.
ŠKORPÍK, J.: Proudění: Efekty při proudění vysokými rychlostmi. Brno: Transformační technologie, 2018. ISSN 1804-8293.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19.

V Brně dne 11. 11. 2018



doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.
ředitel ústavu



doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Vakuování je velmi pomalý, energeticky a technologicky náročný proces. Uzavření ventilu je naopak velmi snadný a rychlý proces, který v potrubí s proudící tekutinou vyvolá ráz, který může vyvolat přetlak, nebo naopak podtlak. Cílem této práce je zjištění, jestli je možné vakuum pomocí rázu vytvořit. K tomu účelu byl vytvořen 1D model stlačitelného proudění a rázů v plynu v přímém potrubí. Následuje proměření účinků rázů v plynech v laboratoři a jejich zhodnocení. Dále je posouzen potenciál, který rázové vakuování nabízí.

KLÍČOVÁ SLOVA

nestacionární proudění plynu, vakuování rázem, vakuum, tlakové pulzace, stlačitelné proudění plynu

ABSTRACT

Creation of vacuum is very slow, energetically and technologically demanding process. Closing of valve is very simple and fast process which produces pressure surges when moving cylinder of fluid is stopped. The goal of this thesis is to find out, if it is possible to combine these processes. To reach this goal, 1D model of compressible gas flow and pressure surges in direct pipeline was made. Then follows experimental measurement evaluation and assessment of potential that the technology offers.

KEYWORDS

transient gas flow, vacuum, pulse vacuation, pressure pulsation, pressure surge, compressible gas flow

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

SEDLMAJER, Jakub. *Modelování rázu při proudění plynu*. Brno, 2019. Diplomová práce. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/117695>. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav, Odbor fluidního inženýrství Viktora Kaplana. 87 s. Vedoucí diplomové práce Vladimír Habán.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením doc. Ing. Vladimíra Habána, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 24. května 2019

.....

Bc. Jakub Sedlmajer

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval doc. Ing. Vladimíru Habánovi, Ph.D., za neskutečné množství času, trpělivosti a lidského přístupu při vedení této diplomové práce.

Dále chci poděkovat Ing. Danielu Himrovi, Ph.D., Ing. Petru Báborovi, Ph.D., a Petru Šlimarovi za cenné rady, pracovníkům laboratoře za přípravu experimentu a spolužákům za skvělou mravní podporu.

OBSAH

Úvod	10
1 Základní rovnice proudění plynů	11
1.1 Obecný jednorozměrný model	11
1.2 Rovnice kontinuity – zákon zachování hmotnosti	11
1.3 Pohybová rovnice – zákon zachování hybnosti	12
1.4 Stavová rovnice	12
1.5 Energetická rovnice	14
2 Modely nestacionárního 1D proudění	15
2.1 Izotermické modely	15
2.2 Adiabatické modely	20
3 Šíření zvuku v plynech	23
3.1 Machovo číslo	24
3.2 Režimy stlačitelného proudění	24
3.3 Venturiho efekt při stlačitelném proudění trubicí	24
4 Vakuum	25
4.1 Střední volná dráha částice	25
4.2 Knudsenovo číslo	26
4.3 Vakuová vodivost potrubí	26
4.4 Fyzikální problémy tvorby vakua	27
4.5 Získávání vakua	28
4.6 Sorpční vývěvy	29
4.7 Transportní vývěvy	29
5 Rázové vakuování	32
5.1 Materiálové vlastnosti vzduchu	32
5.2 Předpoklad vakuového efektu rázu	34
5.3 Specifika problematiky vakuování rázem	36
5.4 Subsonické způsoby rázového vakuování	37
5.5 Supersonické vakuování	39
5.6 Teoretické možnosti optimalizace rázového vakuování	40

6	Numerické modelování proudění plynu	41
6.1	Numerické metody používané v mechanice tekutin	42
6.2	Použité materiálové vlastnosti vzduchu.....	44
6.3	Ztráty	44
6.4	Použité rovnice	46
6.5	Diskretizace rovnic metodou Lax-Wendroff I	46
6.6	Diskretizace rovnic metodou MacCormack	49
6.7	Dopočet veličin v okrajových bodech.....	51
6.8	Volba okrajových podmínek.....	54
6.9	Podélný rychlostní gradient a výpočetní síť	57
6.10	Volba časového kroku.....	58
6.11	Optimalizace výpočtu.....	58
6.12	Výsledný program.....	59
6.13	Simulace rázů	62
6.14	Vyhodnocení modelovaných rázů	63
7	Experimentální vakuování rázem	68
7.1	Použitá měřicí technika při 1. uspořádání měřící tratě:	68
7.2	Uspořádání 1. měřící tratě.....	69
7.3	Měřicí technika pro 2. a 3. uspořádání měřící stanice	72
7.4	Uspořádání 2. měřící tratě.....	73
7.5	Uspořádání 3. měřící tratě.....	75
	Závěr.....	77
	Seznam použitých symbolů.....	82
	Seznam použitých řeckých symbolů	83
	Seznam použitých zkratek.....	84
	Seznam příloh.....	85
	Seznam tabulek.....	86
	Seznam obrázků.....	87

ÚVOD

V případě, že v potrubí dojde k náhlé změně, šíří se tato informace potrubím rychlostí zvuku. Rychlost zvuku souvisí s tuhostí tekutiny a potrubí. Při výpočtů rázů v kapalinách je možné považovat hustotu za konstantní, a změna teploty je zanedbatelná. Následně se v Žukovského vztahu stlačitelnost kapaliny uvažuje pouze v rychlosti zvuku, která se nezdá také uvažuje konstantní.

Složitějším případem je uvažování rázů s určitým množstvím nerozpuštěného vzduchu. V tomto případě už není možné uvažovat konstantní hustotu, tedy ani rychlost zvuku. Je však možné s relativně malou chybou uvažovat děj za izotermický. V případě uvažování významného či celkového množství plynu, je situace složitější. Už při ustáleném proudění se vlivem ztrát mění po délce potrubí nejen tlak, ale i teplota, rychlost, hustota a rychlost zvuku. V případě rázů v plynech je tato změna dokonce velmi rychlá.

Úkolem této práce je modelování rázů v plynech. Jsou zde probrány jednotlivé modely nestacionárního proudění plynů a popis jejich využití. Následně je vytvořen 1D model nestacionárního proudění ideálního plynu potrubím s možností změny průřezu a bez přestupu tepla stěnou, pomocí kterého jsou zde modelovány rázy, které jsou následně srovnávány se situací naměřenou v laboratoři Odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana.

Další část práce rozvíjí myšlenku, jestli je možné vytvořit pomocí rázů vakuum. Přestože dokonalé vakuum je nedosažitelným stavem, i jeho vzdálené přiblížení je extrémně náročným a zdoluhavým procesem. Nabízí se tedy otázka, jestli mohou rázy tento proces nějak urychlit, čímž by se nepochybně snížily energetické nároky.

1 ZÁKLADNÍ ROVNICE PROUDĚNÍ PLYNŮ

1.1 OBECNÝ JEDNOROZMĚRNÝ MODEL [1]

Proudění tekutin v přímém potrubí je označováno jako jednorozměrná úloha. Rozumí se tím, že v tomto potrubí nejsou, nebo jsou zanedbány, změny geometrie působící asymetrii různých veličin v průřezu kolmém na střednici potrubí. Dále to také znamená, že průřez potrubí je uvažován jako kruhový a že střední hodnoty sledovaných veličin se soustředí na střednici. Změny kolmé na střednici se tak neřeší. Podélná prostorová souřadnice x je tedy poslední prostorovou souřadnicí, po které se budou hodnoty jednotlivých veličin v čase měnit. Jednorozměrné proudění plynu je popsáno následujícími rovnicemi.

1.2 ROVNICE KONTINUITY – ZÁKON ZACHOVÁNÍ HMOTNOSTI [1]

[1] Rovnice kontinuity vyjadřuje, že hmotnostní tok protékající kapaliny se v elementárním objemu nemění. Tento tvar rovnice předpokládá, že se může průřez po délce potrubí měnit.

$$\frac{\partial(\rho \cdot S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot S)}{\partial x} = 0 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (1.1)$$

Pro potrubí s konstantním průřezem po celé délce je možné S vytknout před derivaci a následně vydělit. Stejný postup lze zvolit i v případě místních krátkých zúžení či rozšíření, které je možné nahradit místní ztrátou. Touto úpravou dostáváme následující tvar rovnice kontinuity.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial x} = \frac{D\rho}{Dt} + \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (1.2)$$

Rovnice kontinuity se často také vyskytuje v jednoduchém tvaru, který říká, že hmotnost do uzlu vtékající se rovná hmotnosti z uzlu vytékající. Z toho je vidět analogická podobnost s prvním Kirchhoffovým zákonem v elektrotechnice.

$$\sum Q_m = 0 \quad [\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}] \quad (1.3)$$

Kde:

ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]	Měrná hmotnost tekutiny, hustota
S [m^2]	Průřez potrubí
v [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]	Střední rychlost v průřezu
t [s]	Čas
x [m]	Délková souřadnice
Q_m [m^3/s]	Hmotnostní průtok

1.3 POHYBOVÁ ROVNICE – ZÁKON ZACHOVÁNÍ HYBNOSTI [1]

Vychází z Newtonova 2. zákona a je odvozena v [1] pro nekonečně malý objem tekutiny. Vyjadřuje rovnováhu setrvačných, tlakových, tíhových sil a třecích sil.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + g \cdot \frac{dH}{dx} + \lambda \cdot \frac{v \cdot |v|}{2 \cdot d} = 0 \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (1.4)$$

Kde:

d	[m]	Průměr potrubí v daném místě
g	[m·s ⁻²]	Gravitační zrychlení
H	[m]	Výška bodu střednice
p	[Pa]	Tlak
λ	[1]	Součinitel délkových ztrát

1.4 STAVOVÁ ROVNICE [1,20]

[4], [1] Stavová rovnice vyjadřuje vztah mezi vnitřní energií, hustotou a tlakem. Pro ideální plyn je možné ji napsat následovně.

$$\frac{p}{\rho} = z \cdot r \cdot T \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}; \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}] \quad (1.5)$$

Kde:

r	[J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹ ; m ² ·s ⁻² ·K]	Měrná plynová konstanta
T	[K]	Teplota v kelvinech
z	[1]	Součinitel stlačitelnosti, pro ideální plyn má hodnotu 1

Měrná plynová kapacita r udává obsah mechanické energie 1 kg plynu při teplotě 1 K. Jedná se tedy o konstantu a je možné ji vyjádřit následujícími vztahy.

$$r = c_p - c_v = c_p - \frac{c_p}{\kappa} = c_p \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa} = \frac{R}{M} = \frac{N_A \cdot B}{M} \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}] \quad (1.6)$$

Kde:

B	$[J \cdot K^{-1}]$	Boltzmannova konstanta
c_p	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$	Měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku
c_v	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$	Měrná tepelná kapacita při konstantním objemu
M	$[kg \cdot mol^{-1}]$	Molární hmotnost
N_A	$[mol^{-1}]$	Avogadrova konstanta
R	$[J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}]$	Molární plynová konstanta
κ	[1]	Izoentropický koeficient

Zároveň pro izoentropický součinitel κ platí:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad [1] \quad (1.7)$$

Pro molární, někdy značenou jako univerzální, plynovou konstantu R platí:

$$R = N_A \cdot B = 8,314472 \quad [J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}] \quad (1.8)$$

Zákony platné pro ideální plyn platí v určitých případech dostatečně přesně i pro reálné plyny. Tyto zákony popisují chování reálných plynů o to lépe, čím dále je plyn od kritického bodu, tedy kritické teploty a tlaku. Kritický bod je takový, nad kterým mizí rozdíl mezi plynným a kapalným skupenstvím a není tedy možné mezi nimi navzájem přecházet.

Jestliže nestačí model pro ideální plyn, je nutné dopočítat hodnotu součinitele z , který se mění s druhem plynu, teplotou a tlakem. Výpočet je dle empirických vztahů [1]:

$$z = 1 + a \cdot p + b \cdot \frac{p}{T} \quad [1] \quad (1.9)$$

Kde materiálové konstanty a a b se dopočítávají ze vztahů:

$$a = \frac{0,257}{p_{krit}} \quad [m \cdot s^2 \cdot kg^{-1}] \quad (1.10)$$

$$b = \frac{-0,533 \cdot T_{krit}}{p_{krit}} \quad [K \cdot m \cdot s^2 \cdot kg^{-1}] \quad (1.11)$$

T_{krit} a p_{krit} jsou pseudokritické hodnoty, stanovené z kritických tlaků a teplot jednotlivých složek dané směsi plynů.

1.5 ENERGETICKÁ ROVNICE [1,20]

Rovnice energie pro objem stlačitelné kapaliny v úseku Δx má tvar [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\rho \cdot S \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + u_T + g \cdot H \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\rho \cdot v \cdot S \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + u_T + g \cdot H \right) \right] = q \cdot \rho \cdot S \quad (1.12)$$

Kde:

q $[\text{W} \cdot \text{kg}^{-1}]$ Teplo na jednotku hmotnosti a času

u_T $[\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$ Vnitřní energie tekutiny

Tento vztah je možné dále upravit pomocí znalosti 1. zákona termomechaniky zavedením členu h , neboli měrnou entalpii plynu.

$$u + \frac{p}{\rho} = c_v \cdot T + r \cdot T = (c_v + r) \cdot T = c_p \cdot T = h \quad (1.13)$$

Následně je tedy možné energetickou rovnici přepsat do tvaru, ve kterém tlaková a vnitřní energie plynu vystupují jako jediný člen.

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\rho \cdot S \left(h + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\rho \cdot v \cdot S \left(h + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] = q \cdot \rho \cdot S \quad (1.14)$$

V této rovnici jsou tři neznámé – entalpie, rychlost a hustota. Velmi podobným způsobem je možné rovnici přepsat tak, že se počet neznámých nezmění, ale bude se jednat o základní veličiny – tlak, teplota a rychlost. Využití konkrétní formy rovnice však závisí pouze na preferencích řešitele. Je však nutné mít na paměti, že formy (1.14) a (1.15) jsou platné pouze pro ideální plyn.

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\frac{p \cdot S}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\frac{p \cdot v \cdot S}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] = \frac{p \cdot q \cdot S}{T} \quad (1.15)$$

Výhodným zjednodušením práce s touto rovnicí může být nahrazení měrných energií, které se vyskytují v kulatých závorkách pomocí jediné měrné energie. Tím se zjednoduší diskretizace rovnic numerickými metodami. Následně je možné z této substituce jednotlivé veličiny vyjádřit. Podobným přístupem, který je využíván v kapitole 6 je substituce celého členu podléhajícímu časové derivaci, čímž se získá energetická rovnice v podstatě stejném tvaru, jako je rovnice kontinuity.

2 MODEL Y NESTACIONÁRNÍHO 1D PROUDĚNÍ [1]

Pohybová rovnice (1.2), rovnice kontinuity (1.1), stavová rovnice (1.5) a energetická rovnice (1.12) tvoří kompletní matematický model jednorozměrného proudění stlačitelné kapaliny, z něhož se bude dále vycházet.

Řešení konkrétních problémů je téměř vždy možné zjednodušit. V úvahu lze brát geometrii potrubí, reologické vlastnosti tekutiny, rychlost proudění, a různé jevy, které se v dané problematice vyskytují, či naopak nevyskytují. Tím je umožněno v rovnicích zanedbat řádově nepodstatně velké členy, čímž se zjednoduší analytické postupy, následná numerická řešení a výpočetní čas. Navíc se při správném výběru parametrů, které lze zanedbat, objeví jen nevýznamná chyba. Takto vytvořené modely jsou však použitelné jen pro velmi úzký okruh problémů. Technik, který je chce použít by měl být obeznámen se všemi zjednodušujícími předpoklady, pro které byl daný model vytvořen. Problém však často nastává i v případě, kdy technik po určité době sám zapomene, které zjednodušující předpoklady při tvorbě daného výpočetního programu uvažoval a sám se tak dopustí závažné chyby při jeho používání.

2.1 IZOTERMICKÉ MODEL Y [1]

[1] Tento typ modelů byl vytvořen pro použití v plynárenských sítích. Zde je potrubí složeno z velmi dlouhých úseků potrubí, převážně konstantního průměru. V ČR mají tranzitní plynovody obvykle průměr 1200 mm. Zúžení jsou zde jen velmi krátká, takže je možné je uvažovat pouze jako místní ztrátu na potrubí s konstantním průřezem. Lze tedy použít upravenou rovnici kontinuity (1.3), ve které už průřez S nevystupuje.

Proudícím médiem v plynovodech jsou obvykle energetické plyny. Nejběžnějším energetickým plynem je CNG, neboli zemní plyn, jehož hlavní složkou je methan. Složení zemního plynu se může významně lišit. Dodavatel obvykle u plynu garantuje, že v potrubí netvoří výbušnou směs a také garantuje konkrétní hodnotu výhřevnosti, kterou se snaží v obou směrech dodržet přimícháním dalších plynů, například bioplynu. Další příměsi mohou sloužit k takzvané odorizaci, zajišťující velmi nepříjemný zápach, jenž je varovným signálem a v případě úniku zabrání katastrofálním scénářům. Složení směsi plynu pochopitelně ovlivňuje reologické vlastnosti tekutiny.

Proudění v plynovodech může nabývat širokých rozmezí rychlostí a tlaků. Obvykle však nepřekračují rychlost $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a tlak 10 MPa. Teploty plynu se nejčastěji pohybují od 280 do 320 K. Rychlost zvuku tak nabývá hodnot od 350 do 400 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Z toho vyplývá, že se proudění pohybuje maximálně kolem 4% Machova čísla a je tak výrazně podkritické. Dále také nedochází k fázovým přeměnám jednotlivých složek plynu.

Dále dochází ke ztrátám vlivem tření, místních ztrát, expanze a komprese. Vzhledem k extrémně dlouhým délkám potrubí a relativně nízkým rychlostem jsou tyto ztráty poměrně malé. Lze předpokládat, že přestup tepla do okolí tyto ztráty vyrovná. Roční období také není nutné brát v úvahu, jelikož velká většina plynovodů je zakopána pod zemí. Vzhledem k těmto předpokladům lze uvažovat izotermické proudění.

2.1.1 MODEL 1 – EXAKTNÍ IZOTERMICKÝ MODEL [1]

[1] V případě izotermického proudění odpadá z modelu energetická rovnice, čímž vzniká model o třech rovnicích. Stavovou rovnici můžeme uvažovat pro reálnou kapalinu ve formě (1.5). Dále je vhodné použít k výpočtu hmotnostní průtoky.

$$\frac{p}{\rho} = z \cdot r \cdot T \quad (1.5)$$

$$Q_m = \rho \cdot v \cdot S \quad (2.1)$$

V dalším kroku se stavová rovnice a hmotnostní průtok dosadí do rovnice kontinuity (1.2) a pohybové rovnice (1.4), abychom se v rovnicích zbavili hustoty. Za konstanty můžeme považovat měrnou plynovou konstantu r , plochu S a teplotu T . Dostává se tak rovnice kontinuity ve tvaru (2.2) a pohybová rovnice ve tvaru (2.3).

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(\frac{p}{z} \right) + \frac{r \cdot T}{S} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial t} + \frac{S \cdot p \cdot g}{r \cdot T \cdot z} \cdot \frac{dH}{dx} + \frac{r \cdot T}{S} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\frac{(z \cdot Q_m^2)}{p} \right] + S \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \cdot r \cdot T \cdot z \cdot Q_m \cdot |Q_m|}{2 \cdot d \cdot S \cdot p} = 0 \quad (2.3)$$

Modře zbarvený člen pohybové rovnice (2.3) je možné upravit podle pravidla o derivaci součinu.

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\frac{(z \cdot Q_m^2)}{p} \right] = 2 \cdot z \cdot \frac{Q_m}{p} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial x} - z \cdot \frac{Q_m^2}{p^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.4)$$

Stavová rovnice (1.5), rovnice kontinuity (2.2) a pohybová rovnice (2.3) se označí jako exaktní model 1 izotermického proudění plynu v potrubí. Soustava obsahuje 3 neznámé, kterými jsou hustota, hmotnostní průtok a tlak. Velmi důležité je však dodržení všech zjednodušujících předpokladů, aby bylo možné výsledky považovat za správné.

Pro další zjednodušení je použita kvantifikace jednotlivých členů, čímž je u některých členů zjištěna jejich zanedbatelně malá hodnota. Z tohoto důvodu je výhodné rovnice převést do bezrozměrného tvaru vytvořením poměrných bezrozměrných jednotek. Základními jednotkami jsou ρ_0 , p_0 , v_0 a Q_{m0} , což jsou hodnoty v ustáleném stavu.

$$x' = \frac{x}{L} \quad (2.5)$$

$$H' = \frac{H}{L} \quad (2.6)$$

$$t' = \frac{v_0 \cdot t}{L} \quad (2.7)$$

$$p' = \frac{p}{p_0} \quad (2.8)$$

$$Q'_m = \frac{Q_m}{Q_{m0}} = \frac{Q_m}{\rho_0 \cdot S \cdot v_0} = \frac{Q_m \cdot r \cdot z \cdot T}{p_0 \cdot S \cdot v_0} \quad (2.9)$$

V následujícím kroku autor publikace [1] zavádí 3 bezrozměrná čísla, kterými se zkrátí zápis rovnic a dále je používá pro kvantifikaci jednotlivých členů. Vedle těchto vztahů je znázorněn obvyklý rozsah těchto bezrozměrných čísel. Chybě při různých hodnotách těchto čísel je věnována kapitola 2.1.5 Porovnání izotermických modelů.

$$\pi_1 = \frac{z \cdot r \cdot T}{v_0^2} \quad 150 - 3000 \quad (2.10)$$

$$\pi_2 = \frac{\lambda \cdot L}{2 \cdot d} \quad 0,1 - 100 \quad (2.11)$$

$$\pi_3 = \frac{L \cdot g}{v_0^2} = Fr \quad 1 - 1000 \quad (2.12)$$

Vztahy (2.4 - 2.12) se následně dosadí do pohybové rovnice (2.3) a rovnice kontinuity (2.2) exaktního modelu 1.

$$\left(\pi_1 - \frac{Q_m'^2}{p'^2} \right) \cdot \frac{\partial p'}{\partial x'} + \pi_2 \cdot \frac{2 \cdot Q_m' \cdot |Q_m'|}{p'} + \pi_3 \cdot \frac{dH'}{dx'} + \frac{2 \cdot Q_m'}{p'} \cdot \frac{\partial Q_m'}{\partial x'} + \frac{\partial Q_m'}{\partial t'} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial Q_m'}{\partial x'} + \frac{\partial p'}{\partial t'} = 0 \quad (2.14)$$

Z tohoto modelu vychází modely 2 až 4.

2.1.2 MODEL 2 – KVAZIEKAKTNÍ IZOTERMICKÝ MODEL [1]

[1] Jedná se o model vycházející z exaktního modelu 1. Jelikož se velikost jednotlivých členů lépe porovnává v bezrozměrné úpravě, vychází se z pohybové rovnice ve tvaru (2.13) a předpokládá se, že člen $\left(\frac{Q_m'}{p'} \right)^2$ v první části rovnice je řádově rovný 1. Tím pádem je velikostně zanedbatelný vůči členu π_1 . To platí obzvlášť dobře v nízkých rychlostech.

$$\pi_1 \cdot \frac{\partial p'}{\partial x'} + \pi_2 \cdot \frac{2 \cdot Q_m' \cdot |Q_m'|}{p'} + \pi_3 \cdot \frac{dH'}{dx'} + \frac{2 \cdot Q_m'}{p'} \cdot \frac{\partial Q_m'}{\partial x'} + \frac{\partial Q_m'}{\partial t'} = 0 \quad (2.15)$$

Následně se PR matematicky upraví zpět na rozměrový tvar.

$$\frac{\partial Q_m}{\partial t} + \frac{S \cdot p \cdot g}{r \cdot T \cdot z} \cdot \frac{dH}{dx} + \frac{2 \cdot r \cdot T \cdot z \cdot Q_m}{S \cdot p} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial x} + S \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \cdot r \cdot T \cdot z \cdot Q_m \cdot |Q_m|}{2 \cdot d \cdot S \cdot p} = 0 \quad (2.16)$$

Tento model se označuje jako tzv. kvaziekaktní model, neboli skoro přesný, což naznačuje, že v něm už bylo něco zanedbáno.

2.1.3 MODEL 3 [1]

[1] Model vychází z bezrozměrné pohybové rovnice (2.15) z kvaziexaktního modelu 2. Do čtvrtého členu se dosadila bezrozměrná rovnice kontinuity. Platí, že $\frac{Q'_m}{p'} \cong 1$, dále se předpokládá, že časové změny jsou pomalé. Z tohoto důvodu lze také, při dodržení daných podmínek, následně zanedbat čtvrtý, červeně zvýrazněný, člen.

$$\pi_1 \cdot \frac{\partial p'}{\partial x'} + \pi_2 \cdot \frac{2 \cdot Q'_m \cdot |Q'_m|}{p'} + \pi_3 \cdot \frac{dH'}{dx'} - \frac{2 \cdot Q'_m}{p'} \cdot \frac{\partial p'}{\partial t'} + \frac{\partial Q'_m}{\partial t'} = 0 \quad (2.17)$$

Opět se vyjádří rozměrný tvar pohybové rovnice:

$$\frac{\partial Q_m}{\partial t} + \frac{S \cdot p \cdot g}{r \cdot T \cdot z} \cdot \frac{dH}{\Delta x} + S \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \cdot r \cdot T \cdot z \cdot Q_m \cdot |Q_m|}{2 \cdot d \cdot S \cdot p} = 0 \quad (2.18)$$

2.1.4 MODEL 4 [1]

[1] Tento model je nejjednodušší. Vychází z modelu 3, konkrétně zanedbává další člen v pohybové rovnici (2.18). Zohledňuje pouze stlačitelnost plynu, délkové ztráty a výškový rozdíl, zanedbává tedy setrvačné síly. Předpokládá tedy, že je proudění prakticky stacionární. Výsledná pohybová rovnice pro tento model vypadá následovně.

$$\frac{S \cdot p \cdot g}{r \cdot T \cdot z} \cdot \frac{dH}{\Delta x} + S \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda \cdot r \cdot T \cdot z \cdot Q_m \cdot |Q_m|}{2 \cdot d \cdot S \cdot p} = 0 \quad (2.19)$$

2.1.5 POROVNÁNÍ IZOTERMICKÝCH MODELŮ [1]

Z popisu jednotlivých modelů je zřejmé, že s rostoucím číslem modelu zákonitě poroste chyba z důvodu, že každý model vycházel z toho předchozího, ale zanedbal vždy o jeden člen více. Srovnání chyby a platností jednotlivých metod s exaktním izotermickým modelem 1 vykonali už v roce 1979 původní autoři těchto metod Bender s Konradem v [6]. Výsledky srovnání jsou převzaty z [1].

π_1	π_2	Model 2		Model 3		Model 4	
		Δp	ΔQ_m	Δp	ΔQ_m	Δp	ΔQ_m
		[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
150	0,1	7	70	20	200	30	400
150	2,5	0,5	4	5	40	14	70
150	50	0,7	0,5	0,7	1,5	0,8	15
3000	0,1	0,3	3,2	7	21	12	100
3000	2,5	0,02	1,4	1	36	4	114
3000	100	0,001	0,05	0,16	0,5	0,18	2,2

Tabulka 1: Odchyly jednotlivých modelů od modelu 1 pro jednotlivé konstanty π_1 a π_2 [1]

t'_{st}	Model 2		Model 3		Model 4	
	Δp	ΔQ_m	Δp	ΔQ_m	Δp	ΔQ_m
	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
0,1	0,3	4,2	3,4	28,4	8,85	55
0,5	0,04	0,4	0,4	3,8	0,5	24,2
1	0,01	0,2	0,2	1,8	0,2	12,2
2	0,01	0,08	0,1	0,8	0,1	6,2
5	0,01	0,03	0,04	0,3	0,05	2,5
10	0,01	0,02	0,02	0,13	0,03	1,2

Tabulka 2: Odchyly jednotlivých modelů od modelu 1 pro různé poměrné časy změny [1]

Ze srovnání plyne, že

- nepřesnosti rostou se zjednodušením modelu,
- model 4 je možný použít jen pro $\pi_2 > 50$,
- modely 3 a 4 jsou použitelné jen pro dlouhá potrubí,
- pro kratší potrubí je možné použít pouze exaktní model 1 a model 2,
- přesnost modelů se exaktnímu modelu nejvíce blíží při pomalejších změnách.

2.2 ADIABATICKÉ MODEL Y

Z předpokladů uvedených u izotermických modelů je zřejmé, že nejsou pro předmět této práce vhodné. Z toho důvodu je nutné vytvořit model, který je vhodnější pro velké rychlosti proudění. V úvahu připadá adiabatický model pro ideální plyn. Předpokládají se 3 rovnice a 3 neznámé. Vychází se z rovnice kontinuity ve tvaru (1.1),

$$\frac{\partial(\rho \cdot S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot S)}{\partial x} = 0 \quad (1.2)$$

z energetické rovnice ve tvaru (1.15),

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\frac{p \cdot S}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\frac{p \cdot v \cdot S}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] = \frac{p \cdot q \cdot S}{T} \quad (1.15)$$

a z pohybové rovnice ve tvaru (1.4).

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + g \cdot \frac{dH}{dx} + \lambda \cdot \frac{v \cdot |v|}{2 \cdot d} = 0 \quad (1.1)$$

Jako neznámé lze v tomto tvaru rovnic uvažovat rychlost v [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$], tlak p [Pa] a teplotu T [K]. Je možné uvažovat zanedbatelný tepelný tok stěnami trubek, tedy $q=0$. Dále je možné ze stavové rovnice vyjádřit hustotu jako funkci teploty a tlaku.

2.2.1 MODEL 5 – EXAKTNÍ ADIABATICKÝ MODEL

Rovnice kontinuity, po vytknutí měrné plynové konstanty před derivace, je ve formě (2.20), energetická rovnice je změněna do tvaru (2.21) po zanedbání přenosu tepla potrubím, a pohybová rovnice je rovněž zbavena hustoty a je ve tvaru (2.22).

$$\frac{\partial \left(\frac{p \cdot S}{T} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{p \cdot v \cdot S}{T} \right)}{\partial x} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\frac{p \cdot S}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\frac{p \cdot v \cdot S}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{r \cdot T}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + g \cdot \frac{dH}{dx} + \lambda \cdot \frac{v \cdot |v|}{2 \cdot d} = 0 \quad (2.22)$$

Tyto 3 rovnice je možné označit za exaktní adiabatický model 1D proudění ideálního plynu v potrubí. Dále bude exaktní adiabatický model označován jen jako model 5.

2.2.2 MODEL 6 – ADIABATICKÝ MODEL SE ZANEDBÁNÍM TÍHOVÉ SÍLY

V tomto modelu se vychází z exaktního modelu 5. Rovnice kontinuity se nezmění, ale v energetické a pohybové rovnici bude zanedbán člen popisující účinky změny výškového potenciálu. Toto zjednodušení je možné provést za předpokladu, že tyto změny budou buď velmi malé nebo velikostně naprosto zanedbatelné oproti ostatním členům. Tento model je tedy tvořen rovnicemi (2.20), (2.23) a (2.24).

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\frac{p \cdot S}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\frac{p \cdot v \cdot S}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{r \cdot T}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v \cdot |v|}{2 \cdot d} = 0 \quad (2.24)$$

2.2.3 MODEL 7 – ADIABATICKÝ MODEL PRO POTRUBÍ KONSTANTNÍHO PRŮŘEZU

Model 7 opět vychází z 5. modelu. Tentokrát se vychází z předpokladu konstantního průřezu. Vychází tedy z rovnic (2.25), (2.26) a (2.22).

$$\frac{\partial \left(\frac{p}{T} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{p \cdot v}{T} \right)}{\partial x} = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\frac{p}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\frac{p \cdot v}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} + g \cdot H \right) \right] = 0 \quad (2.26)$$

2.2.4 MODEL 8 – NEJJEDNODUŠŠÍ ADIABATICKÝ MODEL

Model 8 vychází z obou použitých zjednodušení u modelů 6 a 7. Platí pro ně tedy rovnice kontinuity ve tvaru (2.25), energetická rovnice ve formě (2.27) a rovnice hybnosti (2.24).

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\frac{p}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\frac{p \cdot v}{T} \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (2.27)$$

Rovnici energie je dále možné ještě rozdělit na jednotlivé členy.

$$\frac{\partial}{\partial t} (p \cdot c_p) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p \cdot v^2}{2 \cdot T} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (p \cdot v \cdot c_p) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p \cdot v^3}{2 \cdot T} \right) = 0 \quad (2.28)$$

2.2.5 KVANTIFIKACE BEZROZMĚRNÝMI ČLENY

Poslední možností zjednodušení je úprava rovnic poměrnými bezrozměrnými čísly, stejně jako v kapitole 2.1 *Izotermické modely*. Následně je možné předpokládat, že některé členy budou zanedbatelně malé. Z důvodu použití jiných neznámých je vhodné použít několik nových poměrných veličin. Tato úprava bude provedena pro model 8, k čemuž jsou zapotřebí následující vztahy.

$$x' = \frac{x}{L} \quad (2.5)$$

$$t' = \frac{v_0 \cdot t}{L} \quad (2.7)$$

$$p' = \frac{p}{p_0} \quad (2.8)$$

$$v' = \frac{v}{v_0} \quad (2.29)$$

$$T' = \frac{T}{T_0} \quad (2.30)$$

Po matematických úpravách se získávají rovnice v následujících tvarech.

$$\frac{\partial}{\partial t'} \left(\frac{p'}{T'} \right) + \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{p' \cdot v'}{T'} \right) = 0 \quad (2.31)$$

$$c_p \cdot \left(\frac{\partial p'}{\partial t'} + \frac{\partial (p' \cdot v')}{\partial x'} \right) + \frac{v_0^2}{2 \cdot T_0} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial t'} \left(\frac{p' \cdot v'^2}{T'} \right) + \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{p' \cdot v'^3}{T'} \right) \right] = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} \cdot \frac{v_0^2}{L} + \frac{\partial p'}{\partial x'} \cdot \frac{r \cdot T_0 \cdot T'}{L \cdot p'} + \frac{\partial v'}{\partial x'} \cdot \frac{v' \cdot v_0^2}{L} + \frac{\lambda \cdot v' \cdot |v'| \cdot v_0^2}{2 \cdot d} = 0 \quad (2.33)$$

Z rovnic v těchto tvarech je zřejmé, že v případě větších rychlostí proudění není možné zanedbat už žádný další člen. Z toho důvodu je možné usoudit, že v této práci bude vhodné vycházet z modelu 8, či z komplexnějšího modelu 6, který uvažuje možnost změny průřezu.

3 ŠÍŘENÍ ZVUKU V PLYNECH [5,4,20,28]

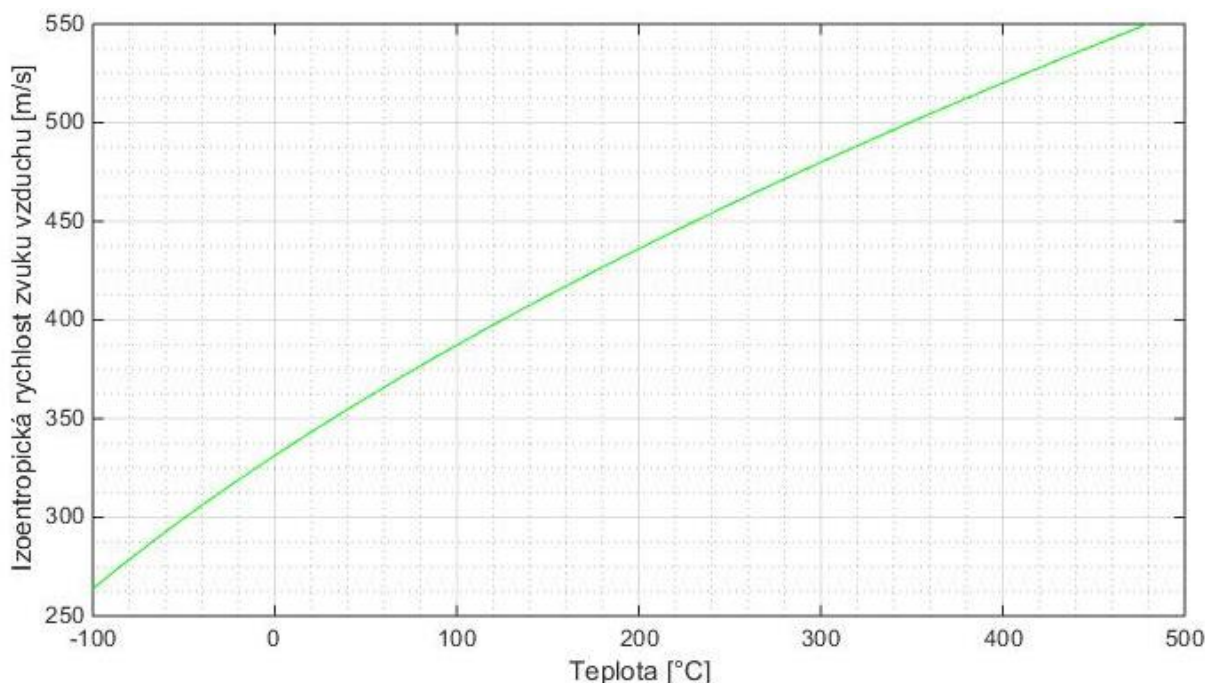
Zvukem se rozumí šíření tlakových poruch stlačitelným prostředím rychlostí zvuku. Rychlost zvuku je veličina, udávající rychlost šíření podélných tlakových vln daným prostředím. Za předpokladu, že se prostředí, ve kterém se tlaková vlna šíří, pohybuje unášivou rychlostí v , je možné k rychlosti zvuku přistupovat jako k relativní složce celkové rychlosti šíření tlakových vln. V tomto případě se zvuk, vzhledem k molekulárnímu prostředí, šíří všemi směry stejně, zároveň je ale unášen proudícími částicemi tekutiny, takže se nešíří stejnoměrně vzhledem k nehybnému prostoru. Z toho vychází například princip ultrazvukových průtokoměrů nebo Dopplerova jevu.

V případě, že je unášivá složka vůči rychlosti zvuku nepatrná, tak lze tento pohyb zanedbat a předpokládat, že se tlaková vlna šíří všemi směry stejně rychlostí zvuku. Toho se velmi často využívá u kapalin.

Rychlost zvuku v ideálním plynu při konstantní entropii je možná vyjádřit pomocí vztahů (3.1), její odvození je dostupné ve zdroji [5].

$$a = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{\kappa \cdot r \cdot T} = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p}{\rho}} \quad (3.1)$$

Do tohoto vztahu je možné dosadit hodnoty z kapitoly 5.1 *Materiálové vlastnosti vzduchu* [7] Měrná plynová konstanta r se nemění, Poissonova konstanta κ může být interpolována polynomem a teplota se bere jako absolutní, dosazuje se tedy v K. Pro většinu aplikací se však Poissonova izoentropická konstanta běžně uvažuje konstantní.



Obrázek 3.1: Závislost izoentropické rychlosti zvuku ve vzduchu na teplotě

Pro rychlost zvuku v reálném plynu vychází podobné hodnoty, její výpočet je však značně složitější. Informace o šíření zvuku v reálném plynu je možné dohledat ve zdroji [28].

3.1 MACHOVO ČÍSLO [5, 20]

Velmi důležitým parametrem pro přenos tlakových vzruchů a popis proudění plynů vysokými rychlostmi je Machovo číslo, definované jako poměr rychlosti proudění k rychlosti zvuku. Jedná se o bezrozměrné číslo. Dle velikosti Machova čísla se proudění rozděluje na subsonické, transsonické, supersonické a hypersonické.

$$Ma = \frac{v}{a} \quad (3.2)$$

V určitých případech se využívá rozdělení Machova čísla na 2 případy. Prvním případem je lokální Machovo číslo, dále LMČ, kde se řeší rychlost proudění a rychlost zvuku v libovolném bode, obvykle v blízkosti obtékaného tělesa. Ve druhém případě se jedná o Machovo číslo volného proudu, dále jen MČVP, kdy se uvažuje izotropní prostředí v dostatečné vzdálenosti od obtékaného tělesa, rovnoměrná rychlost proudění a rychlost zvuku.

$$M_{\infty} = \frac{v_{\infty}}{a_{\infty}} \quad (3.3)$$

Podle Machova čísla se obvykle volí způsoby řešení daného proudění. V případě, že je lokální Machovo číslo v celém řešeném objemu menší než 0,3, uvažuje se nestlačitelné proudění. V případě, že maximální Machovo číslo je menší než 0,8, uvažuje se podzvukové stlačitelné proudění. Při vyšších hodnotách se uvažuje stlačitelné proudění.

3.2 REŽIMY STLAČITELNÉHO PROUDĚNÍ [20,5]

Subsonické neboli podzvukové proudění je takové, které nikde v proudovém poli kolem obtékaného tělesa nedosahuje rychlosti zvuku. Lokální Machovo číslo je tak ve všech bodech menší než 1 a Machovo číslo volného proudu je nižší než 0,8. Při tomto proudění se tlaková porucha šíří na všechny strany a proudnice se tak před obtékaným tělesem rozestupují.

Transonické proudění je takové, kdy rychlost v proudovém poli před tělesem v některém místě dosahuje či mírně přesahuje rychlost zvuku. Lokální Machovo číslo se při tomto druhu proudění pohybuje obvykle od 0,8 do 1,3. Při tomto typu proudění se vyskytuje tzv. sonický třesk.

Supersonické proudění je takové, kdy je ve všech bodech proudového pole nadzvuková rychlost a zároveň Machovo číslo je menší než 5. Jelikož je rychlost pohybu zdroje tlakové poruchy větší než rychlost šíření zvukových vln, proudnice se před tělesem nemohou rozestupovat a vznikají šikmé rázové vlny.

Při hypersonické rychlosti je Machovo číslo před obtékaným tělesem větší než 5.

3.3 VENTURIHO EFEKT PŘI STLAČITELNÉM PROUDĚNÍ TRUBICÍ [20]

Při proudění stlačitelného média v trubici dochází k tlakové ztrátě, která je kompenzována změnou hustoty a teploty. Z RK poté plyne, že roste rychlost. V případě vysokého hmotnostního průtoku, při subsonické vstupní rychlosti se rychlost proudění zvyšuje, až dosáhne lokální Machovo číslo hodnoty 1, které je v tomto případě limitní hodnotou. Následně přestává být proudění závislé na proudění po proudu za tímto průřezem, jelikož přestávají být tlakové poruchy přenášeny proti proudu. Z toho vyplývá, že v případě zanedbání nestacionárních jevů na vstupu, lze hmotnostní průtok zvýšit pouze změnou vstupních parametrů proudícího plynu.

4 VAKUUM [3,11,13,12]

Slovo vakuum pochází z latinského slova vacume, což znamená prázdný. Ideální vakuum označuje takový stav, ve kterém nejsou přítomny částice hmoty, ani záření. Problém je, že žádný dokonale prázdný prostor neexistuje. Z toho důvodu fyzikové vymysleli realističtější definici vakua, dle které se jedná o prostor s minimální možnou energií. Pro technickou praxi je však nejvhodnější a naprosto dostačující definicí fakt, že vakuum je prostor, ve kterém je tlak nižší než tlak atmosferický.

Nejvyšší známé vakuum je přibližně 10^{-15} Pa, které se vyskytuje v meziplanetárním prostoru. Při takovém tlaku může koncentrace molekul dosahovat k 0,5 molekulám na cm^3 . Na zemi se zatím fyzikům podařilo přiblížit tlaku 10^{-11} Pa.

Vakuum je možné dělit podle vzniku na přirozené a umělé. Příkladem přirozeného vakua je například proces dýchání. Při běžném dýchání člověk dosahuje absolutního tlaku 98 kPa, ale může dosáhnout až ke 40 kPa. Mořští živočichové, například chobotnice se však při dýchání dokáží vytvořit tlak pouhých 13 kPa. Dalším příkladem přirozeného vakua může být naše atmosféra, kde se vlivem aerostatického tlaku s rostoucí nadmořskou výškou snižuje tlak.

4.1 STŘEDNÍ VOLNÁ DRÁHA ČÁSTICE [13, 11]

Střední volná dráha je důležitý parametr pro popis pohybu částic tekutiny, využívaný při klasifikaci proudění při nízkých tlacích nebo proudění v trubicích velmi nízkého průměru, kterými mohou být například vlasečnice. Je to průměrná vzdálenost, kterou částice urazí mezi dvěma vzájemnými srážkami s dalšími molekulami. Střední volná dráha se tedy logicky zvyšuje s klesajícím množstvím částic v prostoru. Je definována vztahem (4.1).

$$\bar{\lambda} = \frac{B \cdot T}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d_m^2 \cdot p} \quad [\text{m}] \quad (4.1)$$

Kde:

B [J·K⁻¹] je Boltzmannova konstanta

d_m [m] je průměr molekuly plynu

Pro vzduch se obvykle používá pouze přibližný vztah ve formě (4.2), který je pro většinu praktických potřeb dostatečný. Tlak se v tomto vztahu udává normálně v pascálech a střední volná dráha vychází v metrech.

$$\bar{\lambda} = \frac{7}{1000 \cdot p} \quad (4.2)$$

4.2 KNUDSENOVO ČÍSLO [3,11]

Knudsenovo číslo je bezrozměrné podobnostní kritérium, které je pojmenováno po dánském fyzikovi Martinu Knudsenovi a je definováno jako poměr střední volné dráhy částice k charakteristickému délkovému rozměru, obvykle průměru potrubí. Má využití například ve fyzice nízkých tlaků či mikrofluidice.

$$K_N = \frac{\bar{\lambda}}{d} \quad [1] \quad (4.3)$$

Využívá se při rozhodnutí, zdali je pro výpočty vhodné použít Eulerův kontinuální, statistický či Lagrangeův přístup. Eulerův popis kontinua, a z něj vycházející výpočetní přístup, se využívá za předpokladu, že střední volná dráha je velmi malá, interakce mezi částicemi jsou velmi rychlé, v objemu je jich velké množství a z tohoto důvodu je možné k prostoru zaplněnému tímto způsobem přistupovat jako ke kontinuu. Oproti tomu v případě malého množství částic v objemu se zvyšuje střední volná dráha částic a interakce jsou méně časté. Stává se, že dochází i k proudění proti tlakovému gradientu v klasickém pojetí. Tomuto jevu se říká molekulární proudění. Jelikož i při tlaku kolem 1 Pa je počet částic přibližně $2,5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, počítat každou částici zvlášť Lagrangeovým přístupem by bylo výpočetně stále extrémně náročné až nemožné. Z tohoto důvodu se v případě, kdy je počet částic příliš nízký, aby tvořil spojitě popsatelné kontinuum, a počet molekul v objemu je stále příliš vysoký, využívají stochastické (statistické) metody. Nejčastější metodou používanou ve vakuové technice je kinetická teorie plynů.

Konkrétní hraniční hodnoty Knudsenova čísla nejsou pevně dané. Obvykle se však uvádějí v hodnotách zobrazených v následující tabulce.

Viskózní proudění	Laminární	$K_N < 0,01$
	Přechodné	
	Turbulentní	
Knudsenovo (přechodové) proudění		$0,01 < K_N < 1$
Molekulární proudění		$K_N > 1$

Tabulka 3: Závislost Knudsenova čísla na typu proudění

4.3 VAKUOVÁ VODIVOST POTRUBÍ

Při molekulárním proudění je velmi nízká koncentrace molekul a dochází tak k velmi malému počtu srážek molekul. Molekulám tedy nic nebrání v pohybu proti směru tlakovému spádu v kontinuálním smyslu slova. Z toho důvodu se zde využívá statistický přístup. Vakuová vodivost je veličina vyjadřující maximální objemový průtok plynu, který může projít při molekulárním proudění. Z toho plyne, že všechny trubky a průtočné části vakuových armatur by měly mít co největší průtočný průřez, co nejmenší délku a co nejmenší množství ohybů a kolen. Konkrétně to znamená, že část systému s nejmenší vodivostí definuje maximální vakuovaný objemový průtok celého systému. Především při získávání velmi vysokého vakua je tohle číslo velmi důležité a reálně nikdy není dostatečně velké, protože vzhledem k netěsnostem definuje nejen dobu vakuování, ale i dosažitelnou kvalitu vakua.

4.4 FYZIKÁLNÍ PROBLÉMY TVORBY VAKUA [11]

Častým zjednodušujícím předpokladem je ideální potrubí s dokonalým materiálem a povrchem. Skutečné potrubí naneštěstí žádnou takovou vlastnost nemá. Ve skutečném potrubí dochází k chaotickému odražení částic od stěn a nezřídka se částice i zaseknou vlivem drsnosti povrchu či Van der Waalsových sil. Zde se rozkmitají, obvykle předají část své hybnosti, následně se uvolní a odletí náhodným směrem. Tento směr je nejčastěji rovnoběžný s povrchem potrubí – molekula tedy vykoná velké množství skoků na jiná adsorpční místa, než opustí povrch, neboli dojde k její desorpci. Tomuto jevu se říká migrace molekul.

S adsorbci také souvisí kvalita povrchu aparatur. Na skutečných površích jsou póry a trhlinky, které se vlivem povrchového napětí zalévají vodním kondenzátem. Tomuto jevu se říká kapilární kondenzace a způsobuje, že stěny pohlcují podstatně více částic z okolí. Při snižování tlaku dochází k odpařování této kapaliny, zejména pak pod tlakem nasycených par, kdy dochází k jevu podobnému mikrokavitaci, který pokračuje, dokud se všechen kondenzát ve stěnách potrubí neodpaří, popřípadě dokud kondenzát dočasně nezamrzne – i tehdy však může stále sublimovat vlivem odebrání tepla od stěn. Povrch vakuových aparatur se z důvodu snížení objemu těchto prasklin obvykle otryskává kuličkami. Kapilární kondenzace však není pouze negativním jevem. Společně s adsorbci se využívá u sorpčních vývěv či v lapačích par tak, že se molekuly plynu uzavrou na povrchu látek s vysokým měrným povrchem. Příkladem takové látky může být například aktivní uhlí, které má měrný povrch přibližně $1 \text{ km}^2/\text{kg}$.

Obrovským problémem jsou různé netěsnosti. Ty mohou být způsobeny výrobou, montáží, nebo přímo materiálem, který v sobě může mít různé kanálky, štěrby a trhliny. Dalším důvodem vzniku netěsností může být i difuze plynu skrz volná místa v objemu materiálu, kterými mohou být chybějící částice v krystalické mřížce, intersticiální místa v krystalické mřížce či hrany krystalů. Dochází tedy k absorpci plynu v objemu materiálu a vzniká tak pevný roztok. Následně částice plynu difuzí migrují přes stěnu trubky proti směru koncentračního gradientu. V ustáleném stavu je tedy přímková závislost koncentrace absorbovaného plynu přes stěnu trubky.

Rozpustnost plynů v pevných látkách s teplotou roste, u kovů dokonce exponenciálně. Při změně skupenství je změna dokonce skoková, přičemž při tání je nárůst rozpustnosti velmi výrazný. Při tuhnutí tedy dochází k výraznému uvolňování plynů, což zapříčiní vznikání bublinek, pórů a dalších netěsností v materiálu. To je samozřejmě pro vakuové použití silně nežádoucí, proto se vakuové armatury vyrábí pomocí tzv. vakuového odlévání, kdy je tavenina ochlazována pomalu a uvolňovaný plyn se odčerpává.

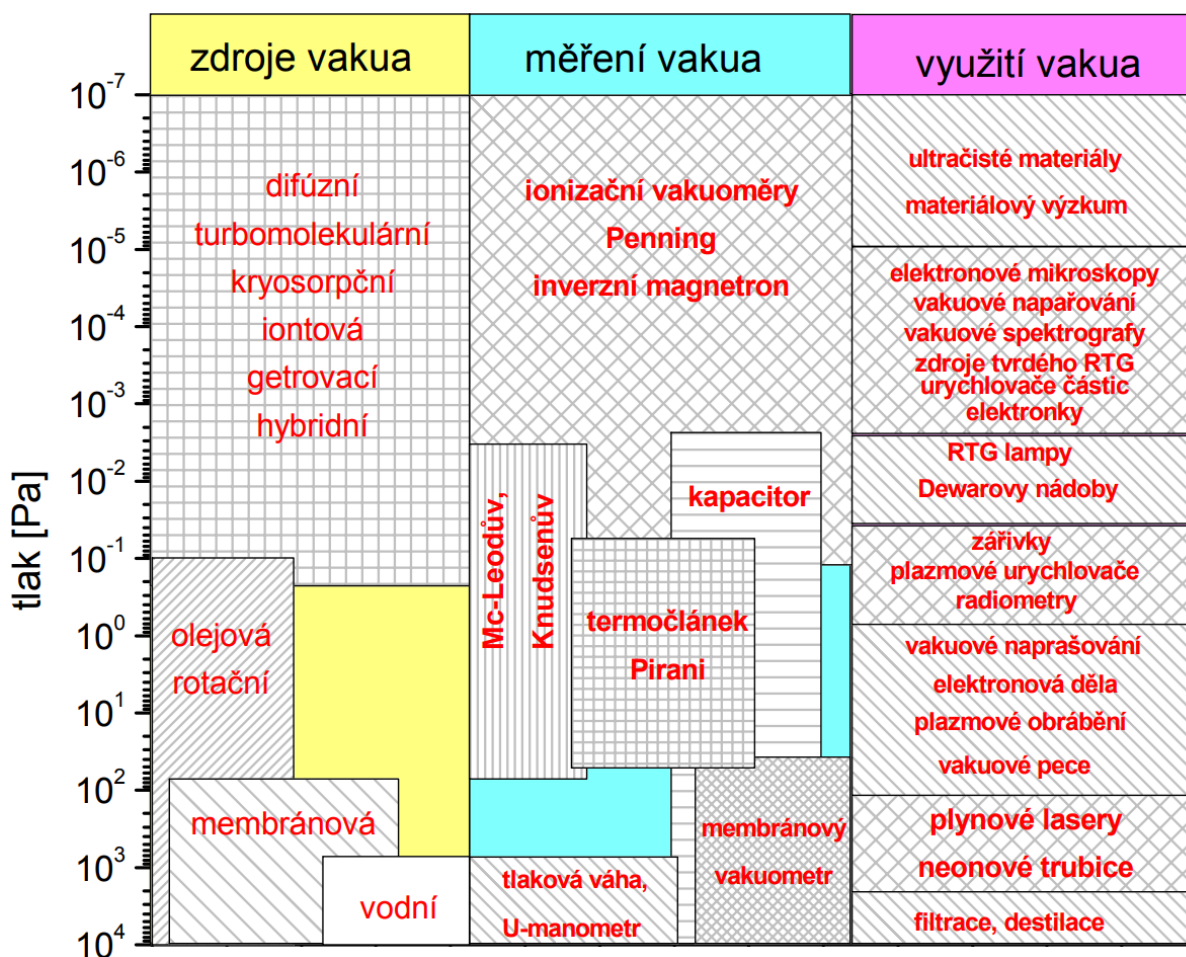
Obecně je prostupnost plynu definována pomocí tzv. koeficientu permeace. Jedná se o množství plynu, který projde stěnou velikosti 1 m^2 , s tloušťkou 1 mm při rozdílu tlaků 1 bar . Závisí na druhu pevné látky, plynu a na teplotě. Lehké plyny prostupují stěnami snáze, nejvíce tedy vodík a helium. Těch je však ve vzduchu relativně málo, takže kovy, keramika a sklo jsou pro vzduch prakticky nepropustné až do teplot několika set stupňů Celsia – toho se využívá pro odplynění materiálů vakuových aparatur, kdy se aparatura nechá za potřebného nízkého tlaku několik desítek hodin při teplotě kolem 1000°C a následně se ve vakuu i skladuje. Zavzdušnění se před použitím rovněž provede jen na nezbytně nutnou dobu.

S potrubím také souvisí nedokonalá tuhost, která může část energie rázu pohltit. Dále zde platí i to, že na stěnách různě ulpívají různé plyny, což má za následek rozdílné složení plynu v objemu před a po vakuování všemi různými způsoby. Navíc tyto zachycené částice jen velmi neochotně opouští vakuovaný objem.

4.5 ZÍSKÁVÁNÍ VAKUA [12,11,3]

Vakuum se získává pomocí vývěv. Těch existuje mnoho druhů a každá z nich je vhodná pro rozdílný rozsah tlaků. Při molekulárním proudění je maximální čerpací rychlost vývěvy limitována vakuovou vodivostí potrubí, tedy minimální hodnotou v celém systému. Ideální vývěva by tak měla mít co největší vstupní otvor a co nejnižší mezní tlak.

Vývěvy je možné rozdělit na transportní a sorpční. Transportní vývěvy jsou určeny pro kontinuální provoz a odvádějí molekuly plynu z vývěvy pryč. Oproti tomu sorpční vývěvy zachycují molekuly uvnitř vývěvy – z toho důvodu jsou nuceny pracovat v cyklech.



Obrázek 4.1: Tabulka zdrojů vakua, měřidel a využití při různých tlacích [12]

4.6 SORPČNÍ VÝVĚVY [12,11,3]

Sorpční vývěvy pracují v cyklech a využívají především principů ukládání na površích, neboli adsorpce a ukládání v objemu, neboli absorpce. Molekuly plynu se během vakuování ukládají ve vývěvě. Mezi sorpční vývěvy patří například kryokondenzační, kryosorpční a getrová vývěva.

Kryokondenzační a kryosorpční vývěvy se používají pro získání velmi nízkých tlaků. Řádově je možné se dostat na tlak 10^{-7} Pa, při použití kapalného dusíku. Při použití kapalného dusíku i kapalného hélia lze dosáhnout nižšího tlaku než 10^{-10} Pa. Dále mají vysokou čerpací rychlost.

4.6.1 KRYOKONDENZAČNÍ VÝVĚVA [12]

Kryokondenzační vývěva obvykle obsahuje dvě izolované nádoby. V jedné je kapalný dusík, ve druhé kapalné helium. Nádoba s kapalným dusíkem slouží jako izolace pro vnitřní nádobu s drahým kapalným héliem. Kapalným héliem se chladí plocha, která je připojena k vakuovanému prostoru. Na této ploše kondenzují a tuhnou molekuly zbytkového plynu. Kondenzát má nízkou tepelnou vodivost, takže vakuování zpomaluje a účinnost postupně klesá. Z tohoto důvodu je nutné po ukončení vývěvu odstavit, ohřát a desorbovat kondenzační plochu.

4.6.2 KRYOSORPČNÍ VÝVĚVA [12,11]

Kryosorpční vývěva používá stejný princip, ale místo hladké kondenzační plochy zchlazuje materiál s vysokou měrnou plochou, tedy s lepší schopností uzamykat molekuly na svém povrchu a v objemu. Tímto materiálem může být například aktivní uhlí nebo zeolit.

4.6.3 GETROVÁ VÝVĚVA [12,3]

Getrová vývěva využívá odpaření getru, což je látka schopná chemicky reagovat se zbytkovým plynem. Tento odpar je aktivní několik sekund a následně se vysráží na baňce, neboli getrovém zrcátku. V případě poškození, při kterém do baňky vnikne vzduch, getr chemicky reaguje a vytvoří vrstvu bílého oxidu, což se často využívá při odhalování závady. Tento princip se často používá v elektronice pro opakované snižování tlaku i v relativně malých součástkách. Nevýhodou tohoto typu vývěvy je neschopnost čerpat inertní plyny. Mezní tlak getrových vývěv je až 10^{-10} Pa.

4.7 TRANSPORTNÍ VÝVĚVY [22,12]

Transportní vývěvy jsou určeny pro kontinuální vyčerpávání plynu, který je odváděn pryč z vývěvy. Transportní vývěvy je lze dělit na mechanické a hybnostní. Mechanické vývěvy snižují tlak cyklickým snižováním objemu pracovních prostorů, hybnostní vývěvy dodávají molekulám plynu rychlostní impuls.

4.7.1 MECHANICKÁ PÍSTOVÁ VÝVĚVA [12]

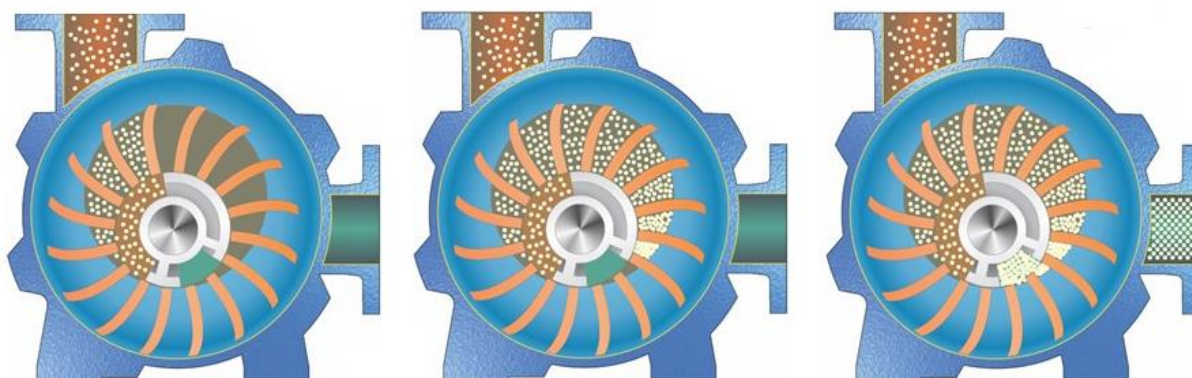
Velmi jednoduchý princip vývěvy, využívající vratného pohybu pístu či membrány ve válci, uzavřeném dvěma jednosměrnými ventily. Schéma s neřízenými jednosměrnými ventily je schopné dosáhnout tlaku řádově kolem 100 Pa. Často se používají pro vytvoření předvakua v hybridních vakuovacích jednotkách, při použití více různých vývěv v sérii. Každá z nich je pochopitelně určená pro jiný rozsah mezních tlaků. Vnitřní povrch pístové vývěvy lze vytvořit i z chemicky odolných materiálů, např. z teflonu a je tak možné čerpat i agresivní plyny. Nevýhodou pístových vývěv je však jejich rychlé opotřebení a ztráta jakosti vnitřního povrchu, která je extrémně důležitá pro těsnost.

4.7.2 MECHANICKÉ ROTAČNÍ VÝVĚVY [22,12]

Rotačních vývěv je několik druhů. Prvním je kapalinokružná vývěva, jejíž výhodou je vysoká odolnost vůči nečistotám a nenáročnost na údržbu. Specifickou vlastností tohoto principu je omezení mezního tlaku tlakem nasycených par kapaliny, který lze snížit ochlazením použité kapaliny, či výběrem jiného oleje. Mohou být jednostupňové i vícestupňové.

Velmi obvyklým pracovním médiem je voda – taková vývěva se nazývá vodokružná. Princip této vývěvy je znázorněn na obrázku (4.2). Sací i výtlačná větev jsou připojeny axiálně k excentricky uloženému rotoru. Podobně jako lamelové čerpadlo nasává zvětšováním objemu pracovní komory a následným zmenšováním tohoto objemu vhání plyn do výtlačného potrubí. Kapalina zde slouží zároveň jako těsnění, chladič, mazivo a využívá se i pro čištění vývěvy. Určité množství pracovní kapaliny je tedy obsaženo v sací i výtlačné větvi.

Pro lepší funkci jsou tyto vývěvy obvykle opatřeny odlučovači nečistot, které mohou být umístěny na sání, výtlače či na obou větvích. Dále se na sání doporučuje umístit zpětnou klapku pro zvýšení efektivity.



Obrázek 4.2: Princip kapalinokružných vývěv [22]

Velmi obvyklé jsou také rotační olejové vývěvy, pracující na principu klasického excentrického lamelového čerpadla s radiálním sáním i výtlačkem. Olej zde plní těsnicí, chladičí a mazací funkci. Tento typ vývěvy může mít opět vícestupňové uspořádání a je možné běžně dosahovat tlaků řádově 10^{-2} Pa. Nevýhodou tohoto typu je riziko zničení nečistotami.

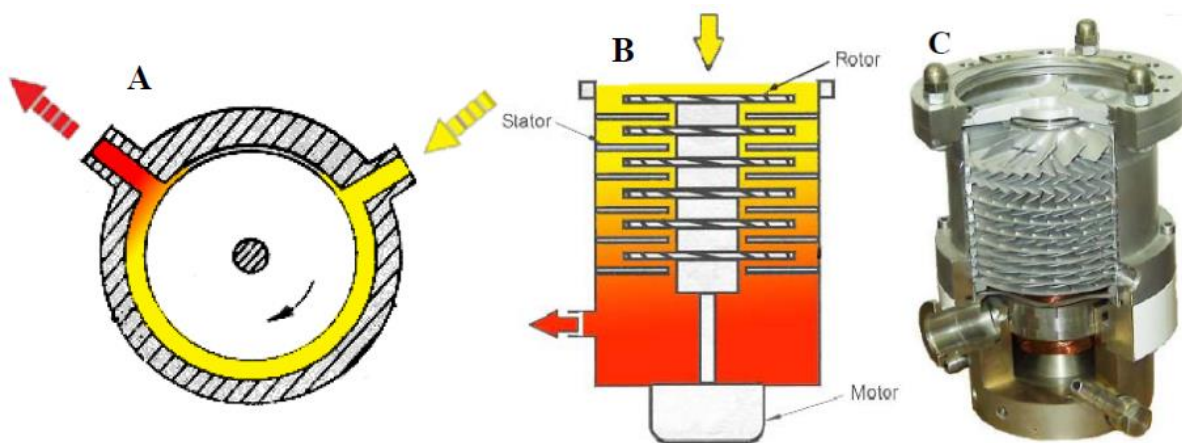
Dalším typem rotačních mechanických vývěv jsou Rootsovy vývěvy, které pracují na principu zubových čerpadel s velmi nízkým počtem zubů. Jedná se obvykle o velmi robustní vývěvy, nezřídka s hmotností několika tun, které mají až několik tisíc otáček za minutu. Jsou však velmi náročné – vyžadují předvakuum, chlazení a často i odhlučnění. Mohou mít čerpací rychlost řádově v desítkách m^3/min . Tyto vývěvy neobsahují mazací olej. Rootsova vývěva má řadu rozdílných konstrukcí, například takovou, kde se místo ozubených kol využívají dvě šroubovice.

4.7.3 HYBNOSTNÍ EJEKTOROVÁ VÝVĚVA [12,3]

Pracuje na identickém principu jako ejektorové čerpadlo. Při dobrém návrhu je schopna dosáhnout mezního tlaku rovnajícímu se tlaku nasycených par dané kapaliny. Pro snížení tlaku na minimum lze tento tlak snížit ochlazením, či výběrem kapaliny s nízkou tenzí par, obvykle silikonovým olejem. Výhodami jsou jednoduchost a velmi nízká cena.

4.7.4 HYBNOSTNÍ MOLEKULÁRNÍ A TURBOMOLEKULÁRNÍ VÝVĚVA [12]

Vývěvy používané pro získávání extrémně vysokého vakua. Vyžaduje předvakuum řádově v jednotkách Pa, proto se používá v sérii alespoň s jednou další vývěvou. Jedná se o rotační stroj s velmi vysokými otáčkami, obvykle 16-20 tisíc za minutu. Vyvažuje tedy dokonale vyvážený rotor a uložení hřídele bývá řešeno magnetickou levitací. Molekulární vývěva nemá žádné lopatky a zbytkové molekuly plynu strhává jen pomocí nerovností na povrchu rotoru kruhového průřezu. Turbomolekulární vývěva používá stejný princip, ale ještě v kombinaci s rotorovými lopatkami. Tato vývěva je extrémně náročná na výrobu a na cenu, ale dosahuje nejnižších možných mezních tlaků, řádově 10^{-11} Pa. Využívá se ve spektroskopii, v urychlovačích částic, elektronových mikroskopech a rentgenových lampách.



Obrázek 4.3: Molekulární (A) a turbomolekulární vývěva (B,C) [12]

4.7.5 IONTOVÁ VÝVĚVA [12,2]

Iontové vývěvy spojují princip hybnostních a sorpčních vývěv. Princip spočívá ve vytvoření výboje mezi anodou a katodou. Tento výboj je veden v magnetickém poli permanentního magnetu, což způsobuje pohyb elektronů v dlouhých šroubovicových drahách, které zvyšují šanci srážky s molekulami plynu. Při srážce dojde k ionizaci molekuly plynu, která je následně strhávána směrem k titanové katodě, na které se adsorbuje. Jelikož výboj rozprašuje materiál katody všemi směry, dochází k jeho usazování na dalších částech vývěvy, kde se následně také adsorbují molekuly plynu. Tímto principem je možné dosáhnout tlaku až 10^{-10} Pa. Mají celou řadu nevýhod – vysoká cena, vysoká energetická spotřeba, nutnost pracovat v cyklech z důvodu potřebné desorpce, vysoká hmotnost, potřeba občas vyměnit elektrody za nové a nízká čerpací rychlost. Vyšší čerpací rychlosti je možné dosáhnout například zvýšením napětí, zvětšením množství či rozměrů elektrod.

5 RÁZOVÉ VAKUOVÁNÍ

Možnost vzniku vakua pomocí rázu nebyla doposud v odborné literatuře popsána a jejímu zkoumání se věnuje tato diplomová práce. Tento nápad vycházel z principu vodního rázu. Proto byla voda první volbou. Voda má vysokou hustotu, není tedy nutné dosáhnout vysoké rychlosti a dle Žukovského vztahu není žádný problém pomocí rázu změnit tlak o 1 atmosféru, která je pro vakuování potřebná. Problémem vody je však kavitace, nedovolující pokles tlaku pod tlak nasycených par. Logicky následující alternativou tedy bylo použití velmi čisté podchlazené vody, která je zároveň zbavena rozpuštěného vzduchu. Taková voda má nižší tlak nasycených par. Tu však není výhodné použít, už jen proto, že takhle čistou vodu je obtížné získat a dokonale odplynit. Dále také z důvodu, že má velmi žíravé účinky a je tedy i velmi náročné ji v takové čistotě udržet. Vzhledem k rázu není vhodná, protože ve vysávaném prostoru je nežádoucí jak voda, tak i vodní páry. Žádoucí je pouze prázdný prostor s co nejmenším počtem zbývajících molekul. Rázová vývěva na principu vodního rázu by tak mohla mít využití pouze jako předstupeň před jinou vývěvou.

Z těchto důvodů je nutné vybírat z plynů. Provedený experiment by měl být co nejjednodušší a nejlevnější a z plynů tak byl pro experiment vybrán obyčejný vzduch. Princip vakuování rázem spočívá v rozpohybování vzduchového sloupce a v následném co nejrychlejším uzavření přívodu tak, že vzduch vlastními setrvačnými účinky uvolní prostor za uzávěrem, kde by mělo dojít k vytvoření podtlaku, který by byl v této části potrubí následně uzamknut.

5.1 MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI VZDUCHU [7]

Vlastnosti vzduchu a jeho termodynamické vlastnosti jsou zpracované v následujících dvou tabulkách. Pomocí nich je možné se ve vlastnostech vzduchu zorientovat a na jejich základě lze uvažovat různá zjednodušení k vytvoření matematického modelu pro předmět této práce.

Teplota varu, 1 bara	78,8 K = -194,4 °C
Teplota kondenzace, 1 bara	81,8 K = -191,4 °C
Kritická teplota	132,63 K = -140,52 °C
Kritický tlak	3,7858 MPa
Kritická hustota	302,6 kg/m ³
Molární hmotnost	28,9647 g/mol
Teplota trojného bodu	59,75 K = -213,40 °C
Tlak trojného bodu	5265 Pa
Měrná plynová konstanta r	287,055 J/kg·K

Tabulka 4. Základní vlastnosti suchého vzduchu [7]

Teplota T	Cp	Cv	κ - (cp/cv)	Dynamická viskozita	Kinematická viskozita	Hustota ρ	Měrná tepelná vodivost	Prandtlovo číslo
[K]	[kJ/kg·K]	[kJ/kg·K]	[-]	[10 ⁻⁵ kg/m·s]	[10 ⁻⁵ m ² /s]	[kg/m ³]	[10 ⁻⁵ kW/m·K]	[-]
175	1.0023	0.7152	1.401	1.182	0.586	2.017	1.593	0.744
200	1.0025	0.7154	1.401	1.329	0.753	1.765	1.809	0.736
225	1.0027	0.7156	1.401	1.467	0.935	1.569	2.020	0.728
250	1.0031	0.7160	1.401	1.599	1.132	1.412	2.227	0.720
275	1.0038	0.7167	1.401	1.725	1.343	1.284	2.428	0.713
300	1.0049	0.7178	1.400	1.846	1.568	1.177	2.624	0.707
325	1.0063	0.7192	1.400	1.962	1.807	1.086	2.816	0.701
350	1.0082	0.7211	1.398	2.075	2.056	1.009	3.003	0.697
375	1.0106	0.7235	1.397	2.181	2.317	0.9413	3.186	0.692
400	1.0135	0.7264	1.395	2.286	2.591	0.8824	3.365	0.688
450	1.0206	0.7335	1.391	2.485	3.168	0.7844	3.710	0.684
500	1.0295	0.7424	1.387	2.670	3.782	0.7060	4.041	0.680
550	1.0398	0.7527	1.381	2.849	4.439	0.6418	4.357	0.680
600	1.0511	0.7640	1.376	3.017	5.128	0.5883	4.661	0.680
650	1.0629	0.7758	1.370	3.178	5.853	0.5430	4.954	0.682
700	1.0750	0.7879	1.364	3.332	6.607	0.5043	5.236	0.684
750	1.0870	0.7999	1.359	3.482	7.399	0.4706	5.509	0.687
800	1.0987	0.8116	1.354	3.624	8.214	0.4412	5.774	0.690
850	1.1101	0.8230	1.349	3.763	9.061	0.4153	6.030	0.693
900	1.1209	0.8338	1.344	3.897	9.936	0.3922	6.276	0.696
950	1.1313	0.8442	1.340	4.026	10.83	0.3716	6.520	0.699
1000	1.1411	0.8540	1.336	4.153	11.76	0.3530	6.754	0.702
1050	1.1502	0.8631	1.333	4.276	12.72	0.3362	6.985	0.704
1100	1.1589	0.8718	1.329	4.396	13.70	0.3209	7.209	0.707
1150	1.1670	0.8799	1.326	4.511	14.70	0.3069	7.427	0.709
1200	1.1746	0.8875	1.323	4.626	15.73	0.2941	7.640	0.711
1250	1.1817	0.8946	1.321	4.736	16.77	0.2824	7.849	0.713
1300	1.1884	0.9013	1.319	4.846	17.85	0.2715	8.054	0.715
1350	1.1946	0.9075	1.316	4.952	18.94	0.2615	8.253	0.717
1400	1.2005	0.9134	1.314	5.057	20.06	0.2521	8.450	0.719
1500	1.2112	0.9241	1.311	5.264	22.36	0.2353	8.831	0.722
1600	1.2207	0.9336	1.308	5.457	24.74	0.2206	9.199	0.724
1700	1.2293	0.9422	1.305	5.646	27.20	0.2076	9.554	0.726
1800	1.2370	0.9499	1.302	5.829	29.72	0.1961	9.899	0.728
1900	1.2440	0.9569	1.300	6.008	32.34	0.1858	10.233	0.730

Tabulka 5. Vlastnosti suchého vzduchu v závislosti na teplotě při atmosferickém tlaku [7]

5.2 PŘEDPOKLAD VAKUOVÉHO EFEKTU RÁZU

Pro určování změn teploty a tlaku při rázu v plynech je použito několik předpokladů. Prvním předpokladem je velmi rychlé zastavení proudu. Předpokládám tedy nekonečně rychlé uzavření rychlouzávěru. Tímto zjednodušením se šířka vlny redukuje do jediného bodu. Bez tohoto zjednodušení by rychlost šíření vlny byla v každém místě velmi rozdílná. Dalším zjednodušením je ideální plyn, ve kterém jsou materiálové vlastnosti c_p , c_v , r a κ konstantní. Posledním zjednodušením je uvažování suchého vzduchu a zanedbání jakýchkoli fázových změn. V následujícím odvození vycházím z předpokladu, že vykonaná technická práce se musí rovnat celkové energii plynu, neboli statické entalpii. Jelikož při rázu je k dispozici pouze kinetickou energii, musí platit následující rovnost.

$$\Delta h = c_p \cdot (T_1 - T_2) = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \quad (5.1)$$

$$\sqrt{v_1^2 - v_2^2} = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot \Delta T} \quad (5.2)$$

V dalším kroku je možné předpokládat, že rychlost proudění po uzavření v_2 bude nulová, respektive její kvadrát bude zanedbatelně malý vůči kvadrátu původní rychlosti v_1 . Následující výpočet je platný pouze pro velmi malý úsek potrubí, ve kterém je rychlost konstantní. Tento předpoklad je velmi problematický z důvodu vysokého rychlostního gradientu při vysokých rychlostech při proudění plynu, či při nízkém tlaku na výstupní okrajové podmínce. Teoretickou rychlost proudění ideálního plynu s materiálovými vlastnostmi vzduchu pro vytvoření teploty 0 K a tlaku 0 Pa, z teploty 20 °C pomocí rázu je tedy možné vypočítat následovně.

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 1010 \cdot (273,15 + 20)} = 769,52 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (5.3)$$

Z tohoto výsledku vyplývá, že proudění nutné pro tvorbu takového stupně vakua je supersonické. Je možné předpokládat, že by u reálného plynu bylo možné získat dalším zvýšením rázové rychlosti vakuum blížící se u tlaku i teploty nulovým hodnotám. Dosažení takového stavu ve skutečnosti však není možné, jelikož to odporuje 3. zákonu termomechaniky, který říká, že dosáhnout teploty 0 K je nemožné. Zároveň také není možné dosáhnout nulového tlaku, jelikož v objemu vždy zůstane určité množství částic a dále systém podléhá netěsnostem, kterým se věnuje kapitola 4.4 *Fyzikální problémy tvorby vakua* [11].

Následně lze provést ještě jednu úpravu, ve které se vyjádří Machovo číslo pro vakuování systému v ideálním plynu M_{vi} za předpokladu celkového zastavení proudu. Machovo číslo je poměr rychlosti proudění tekutiny a její rychlosti zvuku.

$$M_{vi} = \frac{v_1}{a} = \sqrt{\frac{2 \cdot c_p \cdot \Delta T}{\kappa \cdot r \cdot T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot c_p \cdot \Delta T}{\kappa \cdot T \cdot \left(c_p - \frac{c_p}{\kappa}\right)}} \quad (5.4)$$

$$M_{vi} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta T}{T \cdot (\kappa - 1)}} \quad (5.5)$$

Vztah (5.5) určuje potřebné Machovo číslo pro změnu teploty o ΔT . Při snaze získat vakuum blíží se 0 K a 0 Pa, je možné dosadit $\Delta T = T$.

$$M_{vi} = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{T \cdot (\kappa - 1)}} = \sqrt{\frac{2}{(\kappa - 1)}} \quad (5.6)$$

Pro zidealizovaný vzduch, kde κ je konstantní a má hodnotu 1,4 je tedy možné provést následující výpočet.

$$M_{vi \text{ vzduch}} = \sqrt{\frac{2}{1,40 - 1}} = \sqrt{5} = 2,236 \quad (5.7)$$

Z tohoto výpočtu lze usuzovat, že Machovo číslo pro vynulování (či zdvojnásobení entalpie na druhé straně uzávěru) je pro ideální plyn konstantní a nezáleží tak na předchozím stavu plynu. Předchozí stav plynu tedy v ideálním případě ovlivňuje pouze potřebnou rychlost, ale Machovo číslo nikoli.

Zjištění chybovosti na reálném systému s reálným plynem je však mimo možnosti této diplomové práce a Lavalova dýza pro zajištění supersonického proudění v experimentu použita nebyla. Výsledný tlak po rázu je možné vyčíslit z entalpie ze vztahu (1.13). Pro změnu tlaku je vhodné vycházet ještě z rovnice (6.4)

$$M_i^2 \cdot a^2 = v_1^2 \quad (5.8)$$

$$M_i^2 \cdot \kappa \cdot r \cdot T = 2 \cdot (c_v + r) \cdot \Delta T = 2 \cdot c_v \cdot \Delta T + 2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho} \quad (5.9)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \frac{M_i^2 \cdot \kappa \cdot r \cdot T}{2} - c_v \cdot \Delta T \quad (5.10)$$

V posledním kroku se výsledný statický tlak a hustota dopočítá ze stavové rovnice a ze znalosti původního stavu plynu.

Pro vznik vysokého podtlaku by měla být splněna ještě jedna podmínka, ze které vyplývá, že hmotnostní průtok před uzavřením by měl být výrazně vyšší, než je hmotnost tekutiny ve vakuovaném potrubí podělená nejrychlejší možnou dobou uzavírání ventilu.

$$Qm \gg \frac{m}{T_{zav}} \quad (5.11)$$

5.3 SPECIFIKA PROBLEMATIKY VAKUOVÁNÍ RÁZEM

Zabývám se problémem, zda je možné jediným či více rázy dosáhnout podtlaku takové kvality, které se vakuové pumpy fungující na běžných principech blíží velmi dlouhou dobu, jelikož jsou při nízkých tlacích limitovány molekulární a efúzní vodivostí. Složitost této problematiky je nastíněna v této kapitole a kapitole 4.4 *Fyzikální problémy tvorby vakua* [11]. Její plné prozkoumání je však mimo možnosti této práce.

Z předchozí kapitoly je zřejmé, že výpočet vakuového efektu rázu vycházel z velkých zjednodušení a jedná se tedy spíše o prvotní přiblížení potřebné rychlosti rázového vakuování. Je tak zřejmé, že pro vakuování pomocí rázů budou platit i další omezení, která budou tento specifický proces komplikovat.

Tepelný pohyb částic, a z něj vyplývající vnitřní energie, vychází z takzvané střední kvadratické rychlosti, která vychází z průměrné kinetické energie připadající na jednu částici plynu. Jedná se tedy o statistickou veličinu a zároveň o nepříjemné zjednodušení vzhledem k rázu z důvodu, že skutečné rychlosti částic plynu odpovídají Maxwellovu rozdělení a mají tak podstatně větší rozsah rychlostí, než jsou rychlosti proudění v potrubí. Ty rychlejší částice se pohybují řádově v kilometrech za sekundu. Z tohoto důvodu a předpokladu chaotického pohybu částic je zde pravděpodobnost, že zmíněná částice po rázu zkrátka zůstane v potrubí.

[17] Využitelným jevem pro rázové vakuování by však mohl být tzv. Joule-Thompsonův jev, který do kritické teploty, která je pro vzduch řádově ve stovkách °C, způsobuje, že při proudění plynu dochází vlivem ztrát ke snižování teploty. Tento jev je způsobený převládajícími silami v plynech. Při nízkých teplotách (podkritických) převládají soudržné síly (attractive forces) a při vysokých teplotách (nadkritických) převládají odpudivé síly (repulsive forces). Jestliže tedy dojde ke snížení hustoty plynu, tak dojde ke zvýšení vzdálenosti mezi molekulami. Pro podkritický plyn to znamená, že dojde k vykonání záporné práce. Následně tak dojde k ekvivalentnímu úbytku vnitřní energie plynu. Pro nadkritické teploty to funguje obdobně, ale vykonaná práce má z důvodu opačně orientované převládající síly kladné znaménko. Vnitřní energie se tak zvyšuje a teplota roste. Protože vlivem ztrát během proudění klesá tlak a hustota, ze zákona zachování hmotnosti vyplývá, že se rychlost proudění po délce potrubí zvyšuje, přičemž zároveň klesá rychlost zvuku.

S Machovým číslem, které se po délce potrubí velmi rychle blíží ke zvukovému proudění, výrazně narůstají ztráty a není tedy možné se zde obejít bez Lavalovy dýzy pro vytvoření potenciálně zajímavého podtlaku.

Nemožnost využití konstantního průřezu v celé délce potrubí celý problém velmi ztěžuje a téměř znemožňuje potenciálně přínosný výpočet rázu v 1D oblasti, který je předmětem této práce. Takové výpočty by bylo vhodné vytvořit v některém již existujícím CFD softwaru, ze kterého by bylo možné extrapolovat empirické vztahy pro tuto technologii, pokud se jí bude v budoucnu ještě někdo věnovat. Je zde ovšem nutné poznamenat, že v případě velkého poklesu tlaku je nutné kontrolovat Knudsenovo číslo.

5.4 SUBSONICKÉ ZPŮSOBY RÁZOVÉHO VAKUOVÁNÍ

Vytvoření podtlaku pomocí rázů využívá velmi jednoduchý princip. Spočívá v tom, že při vysokých rychlostech proudění je možné pouhým rychlým uzavřením ventilu vyvolat velké změny tlaku, teploty a hustoty. Před uzavřeným ventilem se budou tyto veličiny zvyšovat, za ním snižovat. Pro zajištění hybnosti daného plynu jsou v následujících metodách uvažovány rotační lopatkové kompresory či vývěvy. Zpětné ventily nemohou být vzhledem k charakteru vakua řízeny tlakovým spádem. Je tedy nutné zařídit jednosměrné proudění pomocí jiných způsobů řízení. Ve schématech je však pro jednoduchost a názornost používán základní symbol.

5.4.1 SUBSONICKÁ PŘÍMÁ REVERZNÍ RÁZOVÁ METODA

Nejjednodušším způsobem je vzít přímou trubici se dvěma ventily a ve směru proudění je s časovým zpožděním zavřít. Je zde však problém, že tento způsob je extrémně náročný na rychlost proudění, protože podtlak je v tomto případě pouze v jediném úseku a nebylo by tak možné více snížit tlak zopakováním stejného procesu.

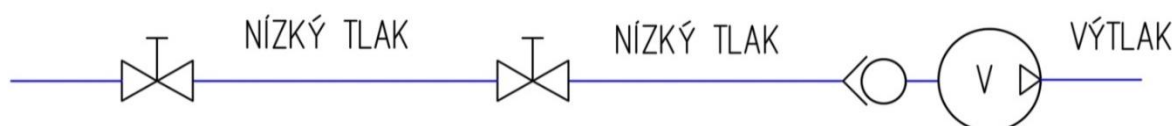
Vzhledem k měřením provedeným v kapitolách 7.2 a 7.5 a modelu z 6.14.1 je možné prohlásit, že tento způsob při vyvolání reverzního rázu ze subsonického proudění nebyl schopný snížit tlak pod hodnotu okrajové podmínky na žádném z měřených bodů a **metodu tedy nelze pro vakuování použít.**



Obrázek 5.1: Subsonická přímá metoda s využitím reverzního rázu

5.4.2 SUBSONICKÁ PŘÍMÁ ODRAZOVÁ METODA

Druhou teoretickou možností je použití potrubí, kde se napřed uzavře jeden rychlouzavírací ventil (uprostřed na obrázku) s tím, že se budou řešit oba směry šíření rázu. V jednom směru se bude šířit podtlak a pomocí ventilu (či jednosměrného ventilu) dojde k uzavření podtlaku v objemu. Ve druhém směru se šíří směrem proti proudu přetlak, zde se přes trojcestný ventil a jednosměrný ventil otevře potrubí do atmosféry, či jiného zdroje nižšího tlaku. Protože je směr tlakového gradientu opačný, dojde ke zpětnému proudění, a následně i odrazu tlakové vlny. Ta se zastaví opět u prvního zavřeného ventilu, nyní následuje šíření podtlakové vlny stejně jako na druhé straně ventilu.

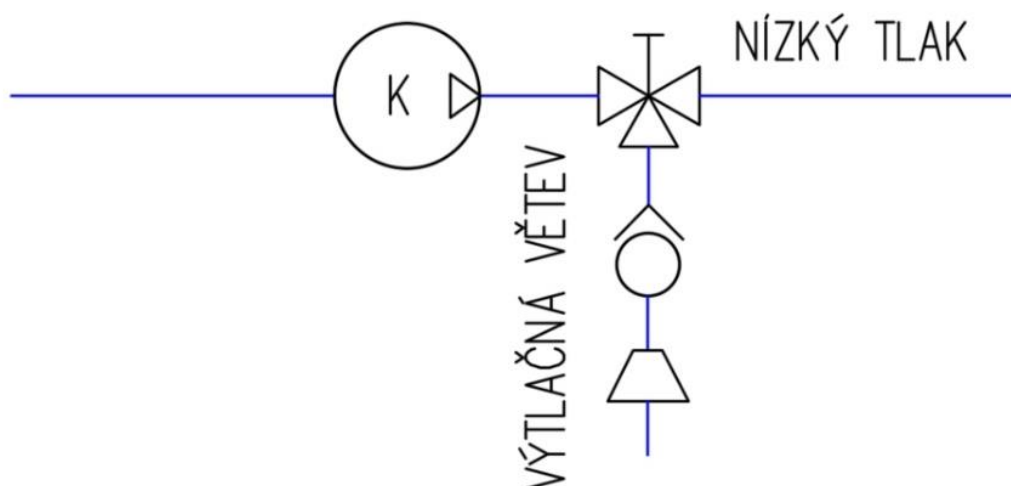


Obrázek 5.2: Subsonická přímá odrazová metoda

Vzhledem k měření v 7.4 a modelování v 6.14.2 však tato teorie neodpovídá skutečnosti. Přestože i v případě subsonického proudění došlo ke zvýšení tlaku nad hodnotu okrajové podmínky ve 2 z 5 měření, docházelo k téměř okamžitému utlumení a po odrazu už k výraznému poklesu tlaku nedošlo. Je tedy možné prohlásit, že ani tato **metoda není perspektivní.**

5.4.3 SUBSONICKÁ PŘÍMÁ VÝTLAČNÁ METODA

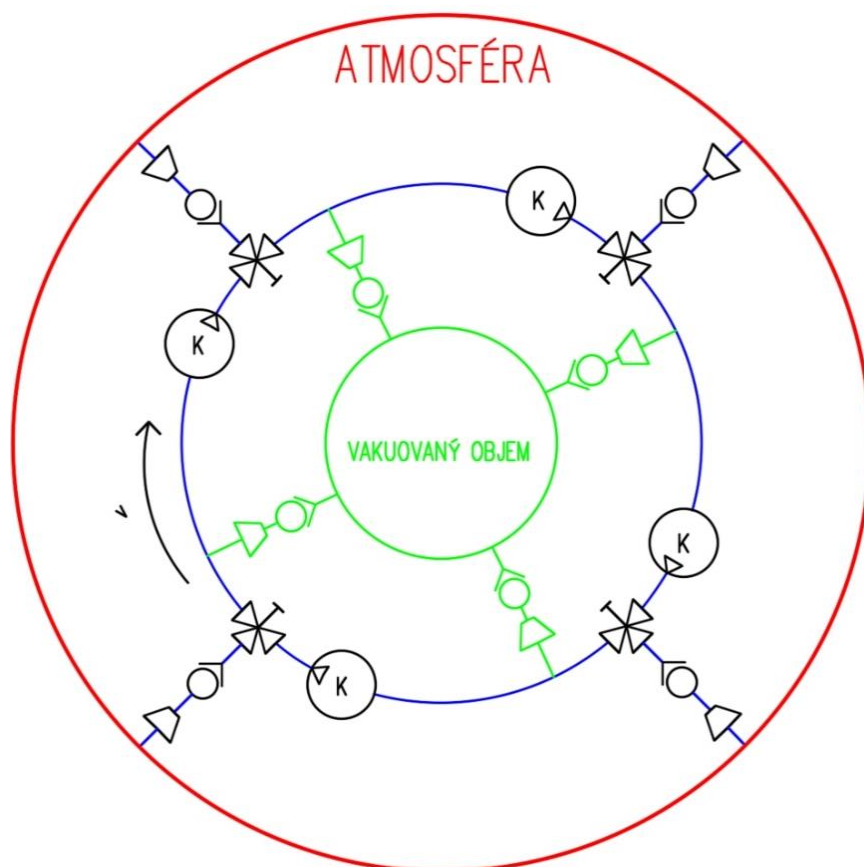
Rozdíl této metody oproti předchozím variantám je ten, že místo rychlouzavíracího ventilu pro prvotní ráz je zde rychlouzavírací třicestný ventil. Ten se uzavře současně s ventilem na začátku potrubí. Od začátku potrubí se šíří podtlaková rázová vlna. Proti ní by se šířila tlaková vlna, kdyby zde nebyl třicestný ventil, za kterým je na výtlačné větvi jednosměrný ventil. Šíří se tedy pouze tlaková vlna způsobená rozdílem odporů na zaměněných větvích, v případě velmi krátké výtlačné větve by se tedy mohlo tedy jednat o druhou podtlakovou vlnu. Výtlačná větev je propojením zdroje nižšího tlaku, kterým může být buď atmosféra, či vývěva s vakuovaným potrubím. Pro dosažení nižšího dosaženého tlaku je možné dát na konec potrubí difuzor. Výhodou oproti druhému způsobu je, že zde není potřeba odrazu, který se vzhledem k měření prokázal neefektivní. Je zde možné usuzovat, že většina kinetické energie je využita na kompresi plynu na úroveň okrajové podmínky. I přes tuto relativně jednoduchou bilanci nebyl tento způsob zatím testován, ani modelován. Je zde však možné předpokládat, že při subsonickém proudění zde bude efekt pouze minimální.



Obrázek 5.3: Subsonická přímá výtlačná metoda

5.4.4 SUBSONICKÁ OKRUŽNÍ VÝTLAČNÁ METODA

Jedná se o způsob vycházející z předchozí metody. Myšlenkou je zapojení více stanic ze subsonické přímé výtlačné metody do kruhu. To umožňuje celý rázový cyklus zopakovat vícekrát a není nutné požadovanou kvalitu vakua dosáhnout jediným uzavřením. Pozitivem je, že zapojení těchto stanic do série může být velmi výhodné u velkých okruhů. V případě potřeby odsát nějaký další objem, kromě okruhu, je možné připojení podle zeleného schématu z obrázku. Vakuování externích prostor by však mělo být jen velmi vzácné, vzhledem k zachování kvalitního vakua. Tento okruh je možné vytvořit s možností obousměrného proudění v případě zvláštní potřeby pomocí rozvaděčových systémů. Stejně jako přímá verze této metody zatím nebyla tato varianta nijak testována či modelována. Velmi jednoduché schéma této metody, se čtyřmi shodnými stanicemi a turbokompresory, je ilustrováno na obrázku 5.4. Potenciální využití kruhového zapojení může být například v projektu Hyperloop či v urychlovačích částic. Vhodnější by však bylo v kombinaci se supersonickým prouděním.



Obrázek 5.4: Subsonická okružní výtlačná metoda

5.5 SUPERSONICKÉ VAKUOVÁNÍ

Supersonické proudění se v současné vakuové technice nevyužívá. Jedná se o dvě složité a zatím pravděpodobně nepojené technické disciplíny. To může být způsobeno faktem, že se velmi málo odborníků, pokud vůbec nějakí existují, zabývá zároveň právě touto kombinací oborů.

Nicméně supersonické proudění může mít v oblasti vakuování velký potenciál. Ať už se jedná o nadzvukové rázy, nadzvukové ejektory, či jiné technologie. V této práci vychází z teoretických základů, ze základních analytických vztahů, z měření i modelování, že rázy jsou při vyšší rychlosti silnější a zároveň, že subsonické rychlosti jsou pro tento účel naprosto nedostatečné.

Nadzvukového proudění je možné dosáhnout použitím Lavalovy trysky, kterou je možné vložit do základních subsonických rázových schémat, či je zde možné vytvořit schémata naprosto rozdílná a nová, vzhledem k faktu, že se jedná o zcela neprozkoumanou oblast výzkumu. Zkoumání takové technologie však vyžaduje obrovské množství času a odborných znalostí z oblasti CFD modelování stlačitelného proudění, termomechaniky a vakuové fyziky.

5.6 TEORETICKÉ MOŽNOSTI OPTIMALIZACE RÁZOVÉHO VAKUOVÁNÍ

Jako u všech technologií je i zde značný potenciál pro vylepšování. Tato kapitola obsahuje pouze nápady, které mne během zpracovávání této práce napadly a které by v budoucnu bylo vhodné ověřit, kdyby se rázové vakuování stalo předmětem dalšího výzkumu. Tato práce se jím mimo tuhle stránku nijak nevěnuje.

Jednou z možností je použití jiného plynu. Z rovnic použitých v této práci je možné použít pro výběr 2 kritéria. První možností je využití plynů s co nejvyšší Poissonovou konstantou κ dle vztahu (5.6). Teoretická potřebná rychlost by se tak snížila na $\sqrt{3}$ Machu, z původní $\sqrt{5}$ Machu, která platí pro dvouatomové plyny a vzduch. Nejvyšší hodnoty Poissonovy konstanty bohužel dosahují jednoatomové plyny. Těm se říká vzácné plyny a jsou poměrně drahé.

Druhou možností je vybrat plyn bez ohledu na rychlost zvuku, s ohledem jen na absolutní hodnotu rychlosti. Tuto rychlost je možné vyjádřit vynásobením rovnice (5.6) rychlostí zvuku.

$$v = \sqrt{\frac{2}{(\kappa - 1)}} \cdot \sqrt{\kappa \cdot r \cdot T} = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa}{(\kappa - 1)} \cdot r \cdot T} \quad (5.12)$$

Následně je možné tuto rychlost redukovat snižováním jednotlivých členů této rovnice. První člen vyžaduje zvyšování Poissonovy konstanty snižováním počtu molekul plynu, stejně jako u požadavku na nejmenší potřebné Machovo číslo. Tento člen má potenciál snižovat rychlost v desítkách procent.

Druhý člen vyžaduje snižování měrné plynové konstanty. Zde je požadavek poněkud obrácený, protože hodnota r je nepřímo úměrná hmotnosti molekuly. Tento člen dokáže potřebnou rychlost snížit více než o polovinu.

Kvantifikací těchto dvou členů společně je možné vybrat nejvhodnější plyn. V případě výběru jednoatomového vzácného plynu má nejvyšší hustotu. Ten je ale radioaktivní a nestabilní, takže je vhodnější xenon. U voleného plynu je vhodné zkontrolovat i viskozitu.

Poslední člen rovnice vyžaduje snížení teploty proudícího plynu. Kromě snížení teoretické potřebné rychlosti zde dochází také ke snížení viskozity a odporu proti pohybu. Dále se tím podstatně zpomalí tepelný pohyb částic a může se tak dosáhnout i vyšší úrovně vakua. V případě, že teplota potrubí klesne pod 0 °C, navíc nedojde k uvolňování vody ze stěn potrubí při nízkém tlaku. Ochlazené stěny by dále částečně blokovaly desorpci molekul plynů adsorbovaných na povrchu.

Dalším možným způsobem by bylo testování rázů vzhledem ke kritickým hodnotám plynů vzhledem k nejrůznějším jevům. Takovým stavem může být například plyn vzhledem k Joule-Thompsonovu jevu, či vzhledem ke kritickému stavu, který stírá rozdíl mezi kapalným a plyným skupenstvím.

Možností pro snížení energetických nároků je využití rázu z neustáleného stavu ještě v době náběhu systému z důvodu snížení potřebného času, během kterého vznikají ztráty proti pohybu. Úplně odlišným řešením by bylo využití podchlazené demineralizované vody s minimálním množstvím rozpuštěného vzduchu. Využívalo by se faktu, že rázy v kapalinách jsou z důvodu vysoké hustoty výrazně silnější. Využití velmi čisté vody ztěžuje kapalině změnu skupenství z důvodu nižšího množství nečistot, které mohou iniciovat vznik krystalu či kavitační bubliny. Podchlazení snižuje tlak nasycených par kapalin. Tento princip by však mohl přinejlepším zajistit nízké vacuum, jelikož vypaření dané kapaliny je nutné z důvodu snížení hustoty. Stále by tohle řešení mohlo mít potenciál v kombinaci se sorpcí vývěvami, které by vzniklou vodní páru zachytily.

6 NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ PLYNU [24,8]

Nestacionární modely 1D proudění jsou analyticky neřešitelné. Z toho důvodu je vhodné využití numerických metod. Celý objem je nutné diskretizovat do jednotlivých elementů, objemů či průřezů a vzdáleností mezi nimi. Jelikož se v této práci jedná o nestacionární 1D problematiku, prostorové rozdělení je možné provést rozřezáním objemu o délce L na i průřezů vzdálenými od sebe Δx . Časová diskretizace probíhá velmi podobně. Zde se řeší jednotlivé časové kroky, vzdálené od sebe čas dt . Velikost jednotlivých kroků má značný vliv na stabilitu, přesnost, výpočetní a časovou náročnost řešení. Aby byl výpočet stabilní, je nutné dodržet určité podmínky. Pro explicitní algoritmy platí tzv. Courantovo kritérium, dle kterého by se měl přibližně volit časový krok. Rychlost a se liší dle konkrétního použití, v hydraulice se obvykle uvažuje rychlost zvuku, jelikož je rychlost proudění vůči ní obvykle zanedbatelná.

$$dt < \frac{dx}{a} \quad (6.1)$$

U plynů je vhodné tyto rychlosti sečíst, popřípadě postupovat dle jiných metod. Při vyšších rychlostech proudění je vhodné pro zvýšení stability výpočtu zvolit časový krok ještě menší. Při nejmenším z důvodu, že rychlost zvuku se neváže k prostoru (v dokonalém vakuu se zvuk vůbec nešíří), ale ke kontinuu, respektive se jedná o vzájemné interakce jednotlivých molekul. To znamená, že absolutní rychlost šíření tohoto vzruchu prostorem se liší po směru a proti směru proudění a skládá se ze složky unášivé, kterou představuje rychlost proudění a složky relativní, kterou představuje rychlost zvuku. Při nestacionárním proudění je rychlost zvuku navíc variabilní v prostoru i v čase z důvodu vysoké stlačitelnosti plynu a ohřívání vlivem ztrát. Při nízkém časovém kroku však opět dochází k nežádoucím efektům. Jedním z takových efektů může být například nadměrná disperze tlakových poruch.

[8] Diskretizace matematických modelů se provádí pomocí různých metod. Jelikož není možné zanedbání konvektivního členu, který je zde klíčový, jedná se o takzvaný hyperbolický problém. Takové je možné řešit pomocí několika metod. Příkladem takových metod je například metoda Lax-Wendroff, MacCormack, metoda Lax-Friedrich nebo metoda charakteristik. Ne všechny metody vhodné pro řešení hyperbolických problémů jsou však zároveň vhodné i pro řešení proudění tekutin. Dále jen některé z těchto umožňují použití proměnného časového kroku.


V následujících podkapitolách je modelována situace subsonického stlačitelného proudění v přímém potrubí ve třírovnicovém izoentropickém modelu, diskretizovaném metodou MacCormack, která je druhého řádu přesnosti v prostoru i čase. Následně jsou simulovány rázy.

6.1 NUMERICKÉ METODY POUŽÍVANÉ V MECHANICE TEKUTIN [24,9,10,15]

Následující kapitola zobrazuje stručné shrnutí některých numerických metod používaných ve fluidní mechanice. Značení členů v rovnicích jednotlivých metod se liší od značení ve zbytku dokumentu. Diskretizace rovnic je zde provedena na příkladu rovnice v následujícím tvaru.


$$f_t + U \cdot f_x = 0 \quad (6.2)$$

Metoda FTCS (forward in time, centered in space), neboli dopředná v čase, centrovaná v prostoru patří mezi metody konečných diferencí prvního řádu přesnosti. Metoda je nepodmínečně nestabilní.

<p>FTCS</p> 	$\frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} + U \frac{f_{j+1}^n - f_{j-1}^n}{2h} = 0$
---	---


Tabulka 6: Metoda FTCS [24]

Upwind metoda, volně přeložitelná jako po větru, využívá dopřednou časovou diferenci a zpětnou prostorovou diferenci. Jedná se o metodu prvního řádu přesnosti. Metoda je stabilní při splnění Courantova kritéria.

<p>Upwind</p> 	$\frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} + U \frac{f_j^n - f_{j-1}^n}{h} = 0$
---	--


Tabulka 7: Metoda upwind – po větru [24]

Eulerova zpětná implicitní metoda je nepodmínečně stabilní metoda s přesností prvního řádu v čase a druhého řádu v prostoru. Využívá Thomasův algoritmus.

<p>Implicit</p> 	$\frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} + U \frac{(f_{j+1}^{n+1} - f_{j-1}^{n+1})}{2h} = 0$
---	---


Tabulka 8: Eulerova implicitní metoda [24]

Metoda Lax-Friedrichs je metoda prvního řádu přesnosti v prostoru i čase. Je podmíněně konzistentní. Stabilní při splnění Courantova kritéria.

<p>Lax-Friedrichs</p> 	$\frac{f_j^{n+1} - (f_{j+1}^n + f_{j-1}^n)/2}{\Delta t} + U \frac{(f_{j+1}^n - f_{j-1}^n)}{2h} = 0$
---	---


Tabulka 9: Metoda Lax-Friedrichs [24]

Metoda Leap-Frog je nejjednodušší metoda druhého řádu přesnosti v čase. Vyžaduje počáteční podmínky ve dvou časových krocích.

<p>Leap Frog</p> 	$\frac{f_j^{n+1} - f_j^{n-1}}{2\Delta t} + U \frac{f_{j+1}^n - f_{j-1}^n}{2h} = 0$
--	--


Tabulka 10: Skoková metoda Leap Frog [24]

Metoda Lax-Wendroff I je metodou druhého řádu přesnosti v prostoru i čase. Využívá centrální prostorové difference a dopřednou časovou diferenci. Metoda je stabilní při splnění Courantova kritéria.

<p>Lax-Wendroff I</p> 	$\frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} + U \frac{(f_{j+1}^n - f_{j-1}^n)}{2h} - U^2 \Delta t^2 \frac{(f_{j+1}^n - 2f_j^n + f_{j-1}^n)}{2h^2} = 0$
---	--


Tabulka 11: Metoda Lax-Wendroff I [24]

Dvoukroková metoda Lax-Wendroff je kombinací metody Lax-Wendroff a Leap-Frog. Přesnost je druhého řádu v prostoru i čase a stabilita podléhá Courantovu kritériu.

<p>Lax-Wendroff II</p> 	$\frac{f_{j+1/2}^{n+1/2} - (f_{j+1}^n + f_j^n)/2}{\Delta t/2} + U \frac{f_{j+1}^n - f_j^n}{h} = 0$ $\frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} + U \frac{f_{j+1/2}^{n+1/2} - f_{j-1/2}^{n+1/2}}{h} = 0$
--	---

Tabulka 12: Metoda Lax-Wendroff II [24]

Metoda MacCormack je metoda druhého řádu přesnosti v prostoru i čase. Využívá prediktorových a korektorových derivací. Stabilita podléhá Courantovu kritériu.

<p>MacCormack</p> 	$\frac{f_j^t - f_j^n}{\Delta t} + U \frac{(f_{j+1}^n - f_j^n)}{h} = 0$ $\frac{f_j^{n+1} - (f_j^n + f_j^t)/2}{\Delta t} + U \frac{(f_j^t - f_{j-1}^t)}{h} = 0$
---	---

Tabulka 13: Metoda MacCormack [24]

6.2 POUŽITÉ MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI VZDUCHU

Z kapitoly 5.1 *Materiálové vlastnosti vzduchu* byla použita měrná plynová konstanta r , izoentropická konstanta κ a měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku c_p . Přestože κ a c_p ve skutečnosti konstantami nejsou, jsou tak uvažovány z důvodu zjednodušení modelu a své zanedbatelné variability.

$$r = 287,055 \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

$$c_p = 1004,6 \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

$$\kappa = 1,4 \quad [1]$$

Dynamická viskozita se dopočítává ze Sutherlandovy rovnice, kde c je Sutherlandova konstanta a η_0 je dynamická viskozita při 0°C .

$$\eta = \eta_0 \cdot \sqrt{\frac{T}{273,15}} \cdot \left[\frac{1 + \frac{c}{273,15}}{1 + \frac{c}{T}} \right] \quad (6.3)$$

Pro vzduch platí:

$$c = 116 \quad [\text{K}]$$

$$\eta_0 = 1,728 \cdot 10^{-5} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$$

6.3 ZTRÁTY [21, 26]

Ztráty jsou dopočítávány v každém čase na každé buňce dle Churchillova vztahu, podle kterého je součinitel délkových ztrát λ funkcí relativní drsnosti potrubí a Reynoldsova čísla. Výhodou Churchillova vztahu je vysoká přesnost a také to, že nemá žádné omezení platnosti oproti jiným vztahům, takže není nutné řešit režimy proudění závislé na Reynoldsově čísle. Jedinou oblastí, která může způsobovat značnou nepřesnost je přechodová oblast (rozsah Re je přibližně 2100-4000, dle zdroje [21]), kde je proudění velmi nekonzistentní a určení ztrát je v 1D simulacích momentálně v podstatě nemožné. Problémem všech obdobných vztahů však zůstává nezávislost vůči stlačitelnosti proudění. V případě využití Churchillova vztahu při stlačitelném proudění ($Ma > 0,3$), dochází k zanedbání vlivu expanze vírových struktur, čímž dochází k markantnímu nadhodnocení ztrátového tlaku. Následně vychází špatně i rozložení jednotlivých veličin – jedním z těchto problémů může být například překročení rychlosti zvuku. V přiloženém programu je možnost zvolit výpočet ztrát Churchillovým vztahem pod volbou LOSS=0.

$$\lambda_{CH} = 8 \cdot \sqrt[12]{\left(\frac{8}{Re}\right)^{12} + \frac{1}{\sqrt{(A+B)^3}}} \quad (6.4)$$

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{\rho \cdot d \cdot v}{\eta} = \frac{Qm \cdot d}{\eta \cdot S} = \frac{4 \cdot Qm}{\pi \cdot d \cdot \eta} \quad (6.5)$$

$$A = \left\{ 2,457 \cdot \ln \left[\frac{1}{\left(\frac{7}{Re}\right)^{0,9} + 0,27 \cdot \frac{k}{d}} \right] \right\}^{16} \quad (6.6)$$

$$B = \left[\frac{37530}{Re} \right]^{16} \quad (6.7)$$

Kde:

λ_{CH}	[1]	Součinitel délkových ztrát podle Churchilla
A, B	[1]	Proměnné pro výpočet ztrát dle Churchilla
k	[m]	Drsnost potrubí
k/d	[1]	Relativní drsnost potrubí
Re	[1]	Reynoldsovo číslo
η	[kg·m ⁻¹ s ⁻¹]	Dynamická viskozita
ν	[m ² ·s ⁻¹]	Kinematická viskozita

Drsnost potrubí k byla volena po celé délce potrubí konstantní a žádné místní ztráty nebyly uvažovány.

[26] Pro ideální adiabatické stlačitelné proudění v potrubí délky L s konstantním vnitřním průměrem se využívá poněkud odlišný přístup, vycházející z Fannových křivek. Zde se využívá průměrný ztrátový součinitel, který vychází konstantní pro celou délku potrubí. Vychází se ze znalosti vstupního Machova čísla, znalosti průměru a délky potrubí a Poissonovy konstanty daného plynu. Předpokladem tohoto vztahu je, že na výstupním průřezu potrubí dochází k sonickému proudění. Problémy tohoto přístupu jsou, že se jedná o ideální situaci, nepočítá s Reynoldsovým číslem ani drsností potrubí a také, vzhledem ke konstantnímu ztrátovému součiniteli, vychází při modelování nepříliš nepravděpodobný podélný rychlostní profil, přestože v oblasti stlačitelného proudění vychází přesněji tlaková ztráta. Další nepříjemností tohoto vztahu je, že přestože předpokládá sonické proudění na výstupu, nijak nezaručuje, že při modelování sonické proudění na výstupu opravdu vyjde. Dále není vhodný pro modelování s proměnou hodnotou ztrátového součinitele v čase, jelikož nikdy nedojde k dokonalému ustálení. V příloženém softwaru je tato možnost pod LOSS=1.

$$\lambda_{PRŮMĚR} = \frac{d}{L_{max}} \cdot \left\{ \frac{1 - Ma^2}{\kappa \cdot Ma^2} + \frac{\kappa + 1}{2 \cdot \kappa} \cdot \ln \left[\frac{(\kappa + 1) \cdot Ma^2}{2 \cdot \left(1 + Ma^2 \cdot \frac{\kappa - 1}{2}\right)} \right] \right\} \quad (6.8)$$

Z Fannových křivek vychází i další modely ztrát pro stlačitelné proudění. Žádný z nalezených vztahů však při modelování nefungoval.

6.4 POUŽITÉ ROVNICE

Vychází se z adiabatického Model 6, jsou zde tedy zanedbány tepelné ztráty stěnami potrubí a změna potenciální energie. Rovnice jsou uvažovány v následujícím tvaru.

Rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial(\rho \cdot S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot S)}{\partial x} = 0 \quad (6.9)$$

Energetická rovnice:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\rho \cdot S \cdot \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left[\rho \cdot S \cdot v \cdot \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (6.10)$$

Pohybová rovnice.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v \cdot |v|}{2 \cdot d} = 0 \quad (6.11)$$

6.5 DISKRETIZACE ROVNIC METODOU LAX-WENDROFF I [14,15]

Lax-Wendroff I je tříbodová metoda, kterou vymysleli Peter Lax a Burton Wendroff v 60. letech 20. století. Je založená na metodě konečných diferencí (finite difference method) a jedná se o explicitní metodu 2. řádu přesnosti v prostoru i čase. MLW je vhodná pro řešení hyperbolických parciálních diferenciálních rovnic a zároveň i pro řešení proudění. Základním principem této metody je náhrada časových derivací za prostorové.

$$u_{x_j}^{t+\Delta t} = u_{x_j}^t + \Delta t \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{x_j}^t + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{x_j}^t \quad (6.12)$$

Derivace se v této metodě obvykle nahrazují pomocí centrálních diferencí 1. a 2. řádu.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{x+1} - f_{x-1}}{2 \cdot \Delta x} \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\frac{f_{x+1} - f_x}{\Delta x} - \frac{f_x - f_{x-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{f_{x+1} - 2 \cdot f_x + f_{x-1}}{\Delta x^2} \quad (6.14)$$

Prvním krokem diskretizace metodou Lax-Wendroff I je vyjádření časových derivací zvolených neznámých z rovnic.

Z rovnice kontinuity se vyjádří derivace neznámé u .

$$u = \rho \cdot S \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial(u \cdot v)}{\partial x} = -v \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \quad (6.16)$$

Z pohybové rovnice se vyjádří derivace střední rychlosti v .

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} - \lambda \cdot \frac{v|v|}{2 \cdot d} \quad (6.17)$$

Z energetické rovnice se vyjádří derivace neznámé e .

$$e = \rho \cdot S \cdot \left(c_p \cdot T + \frac{v^2}{2} \right) \quad (6.18)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{\partial(e \cdot v)}{\partial x} = -v \cdot \frac{\partial e}{\partial x} - e \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \quad (6.19)$$

V dalším kroku se tyto rovnice opět zderivují podle času, aby je bylo možné dosadit do schématu. Časové derivace je nutné z dostupných rovnic vyjádřit jako prostorové derivace.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2(u \cdot v)}{\partial x \cdot \partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(v \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (6.20)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\left(\frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial^2(u \cdot v)}{\partial x^2} + u \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \cdot \partial t} \right) \quad (6.21)$$

Následně je možné časové derivace ve vztahu vyjádřit z prvního kroku.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = & \frac{\partial(u \cdot v)}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v|v|}{2 \cdot d} \right) - v \cdot \frac{\partial^2(u \cdot v)}{\partial x^2} + \\ & + u \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v|v|}{2 \cdot d} \right) \end{aligned} \quad (6.22)$$

Druhá derivace pro e se získá naprosto stejným způsobem jako pro u .

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = & \frac{\partial(e \cdot v)}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial e}{\partial x} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v|v|}{2 \cdot d} \right) - v \cdot \frac{\partial^2(e \cdot v)}{\partial x^2} + \\ & + e \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v|v|}{2 \cdot d} \right) \end{aligned} \quad (6.23)$$

Podstatně větší problém je pak v druhé derivaci rychlosti.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{-\partial}{\partial t} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v|v|}{2 \cdot d} \right) \quad (6.24)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t} - \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \cdot \frac{1}{\rho} - \frac{\partial v}{\partial t} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} - \frac{\partial \lambda}{\partial t} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot d} - \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot \frac{\partial v^2}{\partial t} \quad (6.25)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{S}{\frac{\partial u}{\partial t}} - \frac{S}{u} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} - \frac{\partial \lambda}{\partial t} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot d} - \frac{\lambda \cdot v}{d} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \quad (6.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = & \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{S}{\frac{\partial(u \cdot v)}{\partial x}} - \frac{S}{u} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v^2}{2 \cdot d} \right) \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \\ & + v \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v^2}{2 \cdot d} \right) - \frac{\partial \lambda}{\partial t} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot d} + \\ & + \frac{\lambda \cdot v}{d} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \cdot \frac{v|v|}{2 \cdot d} \right) \end{aligned} \quad (6.27)$$

Červeně označené časové derivace jsou problematické, protože je nedokážu vyjádřit pomocí derivací podle rozměru, ani je nemohu zanedbat.

Časová derivace ztrátového součinitele je zanedbatelná pro případ ustalování, ne však pro ráz. Stejně tak není příliš vhodné ani řešení zpětnou časovou diferencí.

Problém časové derivace tlakového gradientu je možné vyřešit opět zpětnou časovou diferencí a centrální prostorovou diferencí. Je to však až krajní řešení z důvodu zpětné časové difference, která není pro řešení nestacionárních úloh příliš vhodná.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{p_{i+1}^j - p_{i-1}^j}{2 \cdot \Delta x} = \frac{p_{i+1}^j - p_{i-1}^j - p_{i+1}^{j-1} + p_{i-1}^{j-1}}{2 \cdot \Delta x \cdot \Delta t} \quad (6.28)$$

Z těchto důvodů bude výhodnější použití metody MacCormack.

6.6 DISKRETIZACE ROVNIC METODOU MACCORMACK [16]

Metoda MacCormack vychází z původního Lax-Wendroffova schématu. Opět se jedná o tříbodovou metodu druhého řádu v prostoru i v čase, je však jednodušší na diskretizaci. Místo někdy velmi problematického vyjadřování časových derivací pomocí prostorových využívá systému prediktoru, korektoru a průměrné hodnoty derivace. Obvyklým postupem je v prediktoru použít dopřednou prostorovou diferenci a v korektoru zpětnou prostorovou diferenci. Je však možné toto pořadí změnit, to však souvisí se směrovostí metody, která je zde klíčová. V případě obousměrného proudění, které při rázu může krátce nastat, by však docházet ke ztrátě stability nemělo. Takový problém však při použití této metody nastat může.

První krok diskretizace je stejný. Vyjádří se časové derivace zvolených neznámých podle času, stejně jako u metody Lax-Wendroff I. Je velmi důležité vyjádřit všechny časové derivace pomocí prostorových derivací. To je splněno a nejsou nutné další úpravy.

Druhým krokem je využití prediktoru. Zde se použije standardní pořadí a zahájí se diskretizace dopřednými diferencemi. Z důvodu nepřehlednosti této metody se budou značit prediktorové členy oranžovou barvou. Dolní index i značí jednotlivé objemy, horní index j značí číslo časového kroku.

Derivace z RK se získá následovně:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -v \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial(u \cdot v)}{\partial x} \quad (6.29)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_i^j = -v_i^j \cdot \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{\Delta x} - u_i^j \cdot \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} \quad (6.30)$$

Respektive je možné tuto rovnici vyjádřit i druhým způsobem.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_i^j = \frac{u_i^j \cdot v_i^j - u_{i+1}^j \cdot v_{i+1}^j}{\Delta x} \quad (6.31)$$

Pro derivaci PR a ER se použije stejný postup. V diskretizaci se průměr potrubí d bere pouze jako funkce délkové souřadnice, nikoli však času. Potrubí je tedy uvažováno jako dokonale tuhé, což by mělo mít zanedbatelný vliv na výsledek.

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_i^j = -\frac{1}{\rho_i^j} \cdot \frac{p_{i+1}^j - p_i^j}{\Delta x} - v_i^j \cdot \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} - \lambda_i^j \cdot \frac{v_i^j \cdot |v_i^j|}{2 \cdot d_i} \quad (6.32)$$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)_i^j = -v_i^j \cdot \frac{e_{i+1}^j - e_i^j}{\Delta x} - e_i^j \cdot \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} \quad (6.33)$$

Dalším postupem je vyjádření hodnot neznámých v následujícím časovém kroku pomocí prediktoru.

$$u_{PRE_i}^{j+1} = u_i^j + \Delta t \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_i^j = u_i^j - \Delta t \cdot v_i^j \cdot \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{\Delta x} - \Delta t \cdot u_i^j \cdot \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} \quad (6.34)$$

$$v_{PRE_i}^{j+1} = v_i^j + \Delta t \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_i^j = v_i^j - \frac{\Delta t}{\rho_i^j} \cdot \frac{p_{i+1}^j - p_i^j}{\Delta x} - \Delta t \cdot v_i^j \cdot \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} - \Delta t \cdot \lambda_i^j \cdot \frac{v_i^j \cdot |v_i^j|}{2 \cdot d_i} \quad (6.35)$$

$$e_{PRE_i}^{j+1} = e_i^j + \Delta t \cdot \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_i^j = e_i^j - \Delta t \cdot v_i^j \cdot \frac{e_{i+1}^j - e_i^j}{\Delta x} - \Delta t \cdot e_i^j \cdot \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} \quad (6.36)$$

Následuje korektorový krok pro zvýšení přesnosti. Tentokrát se použije zpětná diference z prediktorových mezikroků pro určení derivací. Korektory jsou značeny modře. Před výpočtem korektoru je nutné dopočítat potřebné veličiny i pro prediktorové mezikroky. Ztrátový součinitel v mezikroku je možný uvažovat pro vysoké Reynoldsovo číslo jako konstantní a je možné uvažovat jeho hodnotu stejnou, jako v předchozím časovém kroku. Hustotu je možné vyjádřit zpětnou substitucí u .

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_i^{j+1} = -v_{PRE_i}^{j+1} \cdot \frac{u_{PRE_i}^{j+1} - u_{PRE_{i-1}}^{j+1}}{\Delta x} - u_{PRE_i}^{j+1} \cdot \frac{v_{PRE_i}^{j+1} - v_{PRE_{i-1}}^{j+1}}{\Delta x} \quad (6.37)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_i^{j+1} = -\frac{S_i}{u_{PRE_i}^{j+1}} \cdot \frac{p_{PRE_i}^{j+1} - p_{PRE_{i-1}}^{j+1}}{\Delta x} - v_{PRE_i}^{j+1} \cdot \frac{v_{PRE_i}^{j+1} - v_{PRE_{i-1}}^{j+1}}{\Delta x} - \lambda_{PRE_i}^{j+1} \cdot \frac{v_{PRE_i}^{j+1} \cdot |v_{PRE_i}^{j+1}|}{2 \cdot d_i} \quad (6.38)$$

$$\left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_i^{j+1} = -v_{PRE_i}^{j+1} \cdot \frac{e_{PRE_i}^{j+1} - e_{PRE_{i-1}}^{j+1}}{\Delta x} - e_{PRE_i}^{j+1} \cdot \frac{v_{PRE_i}^{j+1} - v_{PRE_{i-1}}^{j+1}}{\Delta x} \quad (6.39)$$

Následně se prediktorové a korektorové derivace zprůměrují a tato derivace se následně použije pro výpočet skutečných funkčních hodnot v následujícím časovém kroku.

$$u_i^{j+1} = u_i^j + \Delta t \cdot \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_i^j} = u_i^j + \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot \left(\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_i^j + \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_i^{j+1} \right) \quad (6.40)$$

$$v_i^{j+1} = v_i^j + \Delta t \cdot \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_i^j} = v_i^j + \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot \left(\left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_i^j + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)_i^{j+1} \right) \quad (6.41)$$

$$e_i^{j+1} = e_i^j + \Delta t \cdot \overline{\left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_i^j} = e_i^j + \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot \left(\left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_i^j + \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_i^{j+1} \right) \quad (6.42)$$

Následně je možné z těchto veličin v každé buňce vyjádřit hustotu, teplotu, tlak a hmotnostní průtok.

$$\rho = \frac{u}{S} \quad (6.43)$$

$$T = \frac{e}{u \cdot c_p} - \frac{v^2}{2 \cdot c_p} \quad (6.44)$$

$$p = \frac{u \cdot r \cdot T}{S} = \frac{e \cdot r - \rho \cdot r \cdot S \cdot \frac{v^2}{2}}{S \cdot c_p} \quad (6.45)$$

$$Q_m = u \cdot v = \rho \cdot v \cdot S \quad (6.46)$$

6.7 DOPOČET VELIČIN V OKRAJOVÝCH BODECH

Funkční hodnoty v okrajových bodech je možné řešit technikou, kdy se derivace nahradí diferencemi prvního řádu. Vychází se z rovnic (1.2), (6.10) a (6.11). Obvyklý postup je, že se zvolí okrajové podmínky a ostatní veličiny se dopočítají pomocí diferencí z předchozího časového bodu a vedlejšího prostorového bodu, popřípadě vyjádřením z jiných rovnic. Není možné použít všechny rovnice v jednom bodě.

Stejně úpravy, které jsou uvedeny v této kapitole je nutné provést i pro prediktorové hodnoty ve vstupním úseku potrubí.

Pro první bod je možné rovnici kontinuity napsat v následujícím diferenčním tvaru, dále jen **DRK**.

$$\frac{u_1^{j+1} - u_1^j}{\Delta t} + \frac{u_2^{j+1} \cdot v_2^{j+1} - u_1^{j+1} \cdot v_1^{j+1}}{\Delta x} = 0 \quad (6.47)$$

Z této rovnice je možné vyjádřit neznámé třemi způsoby, vzhledem k použitým okrajovým podmínkám:

$$u_1^{j+1} = \frac{\frac{u_1^j}{\Delta t} - \frac{u_2^{j+1} \cdot v_2^{j+1}}{\Delta x}}{\frac{1}{\Delta t} - \frac{v_1^{j+1}}{\Delta x}} \quad (6.48)$$

$$u_1^{j+1} = u_1^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (Qm_1^{j+1} - u_2^{j+1} \cdot v_2^{j+1}) \quad (6.49)$$

$$v_1^{j+1} = \left(\frac{u_1^{j+1} - u_1^j}{\Delta t} + \frac{u_2^{j+1} \cdot v_2^{j+1}}{\Delta x} \right) \cdot \frac{\Delta x}{u_1^{j+1}} \quad (6.50)$$

Pro poslední bod je možné použít stejný postup:

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} + \frac{u_i^{j+1} \cdot v_i^{j+1} - u_{i-1}^{j+1} \cdot v_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} = 0 \quad (6.51)$$

$$u_i^{j+1} = \frac{\frac{u_i^j}{\Delta t} + \frac{u_{i-1}^{j+1} \cdot v_{i-1}^{j+1}}{\Delta x}}{\frac{1}{\Delta t} - \frac{v_i^{j+1}}{\Delta x}} \quad (6.52)$$

$$u_i^{j+1} = u_i^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (u_{i-1}^{j+1} \cdot v_{i-1}^{j+1} - Qm_i^{j+1}) \quad (6.53)$$

$$v_i^{j+1} = \left(\frac{u_i^j - u_i^{j+1}}{\Delta t} + \frac{u_{i-1}^{j+1} \cdot v_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} \right) \cdot \frac{\Delta x}{u_i^{j+1}} \quad (6.54)$$

Stejné úpravy se použijí pro energetickou rovnici, dále bude tento diferenční tvar označován jako **DER**. Pro vtokový úsek platí:

$$\frac{e_1^{j+1} - e_1^j}{\Delta t} + \frac{e_2^{j+1} \cdot v_2^{j+1} - e_1^{j+1} \cdot v_1^{j+1}}{\Delta x} = 0 \quad (6.55)$$

Vyjádření:

$$e_1^{j+1} = \frac{\frac{e_1^j}{\Delta t} - \frac{e_2^{j+1} \cdot v_2^{j+1}}{\Delta x}}{\frac{1}{\Delta t} - \frac{v_1^{j+1}}{\Delta x}} \quad (6.56)$$

$$v_1^{j+1} = \left(\frac{e_1^{j+1} - e_1^j}{\Delta t} + \frac{e_2^{j+1} \cdot v_2^{j+1}}{\Delta x} \right) \cdot \frac{\Delta x}{e_1^{j+1}} \quad (6.57)$$

Koncový bod vypadá následovně:

$$\frac{e_i^{j+1} - e_i^j}{\Delta t} + \frac{e_i^{j+1} \cdot v_i^{j+1} - e_{i-1}^{j+1} \cdot v_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} = 0 \quad (6.58)$$

$$e_i^{j+1} = \frac{\frac{e_i^j}{\Delta t} + \frac{e_{i-1}^{j+1} \cdot v_{i-1}^{j+1}}{\Delta x}}{\frac{1}{\Delta t} - \frac{v_i^{j+1}}{\Delta x}} \quad (6.59)$$

$$v_i^{j+1} = \left(\frac{e_i^j - e_i^{j+1}}{\Delta t} + \frac{e_{i-1}^{j+1} \cdot v_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} \right) \cdot \frac{\Delta x}{e_i^{j+1}} \quad (6.60)$$

Pohybová rovnice jde rozepsat velmi podobně. Nederivované členy jsou zde uvažovány v minulém časovém kroku a stejném bodě. Následující diferenční úprava bude v dalším textu označována zkratkou **DPR**. Pro první bod vypadá rovnice následovně.

$$\frac{v_1^{j+1} - v_1^j}{\Delta t} + \frac{1}{\rho_1^j} \cdot \frac{p_2^{j+1} - p_1^{j+1}}{\Delta x} + v_1^j \cdot \frac{v_2^{j+1} - v_1^{j+1}}{\Delta x} + \frac{\lambda_1^j \cdot v_1^j \cdot |v_1^j|}{2 \cdot d_1} = 0 \quad (6.61)$$

$$v_1^{j+1} = \frac{\frac{v_1^j}{\Delta t} - \frac{v_1^j \cdot v_2^{j+1}}{\Delta x} - \frac{1}{\rho_1^j} \cdot \frac{p_2^{j+1} - p_1^{j+1}}{\Delta x} - \frac{\lambda_1^j \cdot v_1^j \cdot |v_1^j|}{2 \cdot d_1}}{\frac{1}{\Delta t} - \frac{v_1^j}{\Delta x}} \quad (6.62)$$

Případně je možné vyjádřit tlak.

$$p_1^{j+1} = p_2^{j+1} + \rho_1^j \cdot dx \cdot \left(\frac{v_1^{j+1} - v_1^j}{dt} + \frac{\lambda_1^j \cdot v_1^j \cdot |v_1^j|}{2 \cdot d_1} + v_1^j \cdot \frac{v_2^{j+1} - v_1^{j+1}}{dx} \right) \quad (6.63)$$

Pro poslední bod pak stejným postupem vzniká obdobná rovnice.

$$\frac{v_i^{j+1} - v_i^j}{\Delta t} + \frac{1}{\rho_i^j} \cdot \frac{p_i^{j+1} - p_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} + v_i^j \cdot \frac{v_i^{j+1} - v_{i-1}^{j+1}}{\Delta x} + \frac{\lambda_i^j \cdot v_i^j \cdot |v_i^j|}{2 \cdot d_i} = 0 \quad (6.64)$$

$$v_i^{j+1} = \frac{\frac{v_i^j}{\Delta t} + \frac{v_i^j \cdot v_{i-1}^{j+1}}{dx} - \frac{1}{\rho_i^j} \cdot \frac{p_i^{j+1} - p_{i-1}^{j+1}}{dx} - \frac{\lambda_i^j \cdot v_i^j \cdot |v_i^j|}{2 \cdot d_i}}{\frac{1}{\Delta t} + \frac{v_i^j}{dx}} \quad (6.65)$$

$$p_i^{j+1} = p_{i-1}^{j+1} - \rho_i^j \cdot dx \cdot \left(\frac{v_i^{j+1} - v_i^j}{dt} + \frac{\lambda_i^j \cdot v_i^j \cdot |v_i^j|}{2 \cdot d_i} + v_i^j \cdot \frac{v_i^{j+1} - v_{i-1}^{j+1}}{dx} \right) \quad (6.66)$$

Obecně je možné říct, že pro použití každé z těchto rovnic v okrajovém bodě vystupují 2 veličiny ve stejném bodě a následujícím časovém kroku. Je tedy vhodné tomu přizpůsobit implementační proces a volbu okrajových podmínek.

Rovnice kontinuity	v^{j+1}, u^{j+1}
Pohybová rovnice	v^{j+1}, p^{j+1}
Energetická rovnice	v^{j+1}, e^{j+1}

Tabulka 14: Dopočítávané hodnoty proměnných z okrajových podmínek

6.8 VOLBA OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

Kromě vhodného modelu je nutný správný výběr kombinace okrajových podmínek. Existuje velké množství okrajových podmínek pro stlačitelné proudění, většina z nich naneštěstí vzájemně nefunguje. Světlemodré okrajové podmínky byly implementovány do přiloženého softwaru. Některé kombinace byly testovány a výsledek je vyneseny v tabulce 17.

Vstupní průřez - Inlet	Možnosti 1D implementace
Hmotnostní průtok Totální teplota $INLET=0$, Potenciálně vhodná okrajová podmínka pro modelování reverzního rázu	Z DRK se dopočítá hustota, rychlost se získá z RK. Z totální teploty a hustoty se pomocí substituce ER získá energie.
Hmotnostní průtok $INLET=1$, Potenciálně vhodná okrajová podmínka pro modelování reverzního rázu	Z DRK se dopočítá hustota, rychlost se získá podělením hmotnostního průtoku plochou a hustotou. Následně se pomocí získané rychlosti dopočítá z DER energie.
Rychlost $INLET=2$	Z DRK se získá hustota a z DER energie.
Rychlost Hustota $INLET=3$	1. Energie se dopočítá z DER. 2. Tlak se získá z DPR a ze substituce ER se dopočítá energie.
Statický tlak Totální teplota $INLET=4$	Postup implementace je identický s postupem v tabulce výstupních okrajových podmínek 16.
Statický tlak Totální tlak $INLET=5$	Vyjádří se Machovo číslo, následně se z DPR dopočítá rychlost. Následně je možné vyjádřit teplotu, hustotu a energii.
Rychlost Totální teplota $INLET=6$	Ze stagnační teploty se získá měrná energie, z rychlosti kinetická energie. Následně je možné dopočítat teplotu. V posledním kroku je možné použít libovolnou diferenci.
Hmotnostní průtok Energie	Z DRK se dopočítá hustota, rychlost se získá z RK.
Totální teplota	Z energetické rovnice se vyjádří poměr energie a hustoty, tedy měrná energie. Následně se ze soustavy DRK a DER vyjádří všechny 3 neznámé.
Totální tlak Totální teplota Subsonické proudění	Často využívaná okrajová podmínka se složitější implementací. Je důležité pevně definovat směr proudění.
Totální tlak Totální teplota Statický tlak Supersonické proudění	Z tlaků se dopočítá Machovo číslo, následně se vyjádří teplota. Ze SR se vyjádří hustota a z ER energie. Je důležité pevně definovat směr proudění.

Tabulka 15: Výběr z možností okrajových podmínek na inletu

[18, 19] Totální tlak a totální teplota (někdy označované jako stagnační) jsou pro stlačitelné proudění definované jako hodnoty, které by tekutina měla v případě nulové rychlosti a stejné měrné energie. Přes stavovou rovnici je možné z nich vyjádřit i stagnační hustotu.

$$T_T = T \cdot \left[1 + Ma^2 \cdot \frac{\kappa - 1}{2} \right] \quad (6.67)$$

$$p_T = p \cdot \left[1 + Ma^2 \cdot \frac{\kappa - 1}{2} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (6.68)$$

$$\rho_T = \rho \cdot \left[1 + Ma^2 \cdot \frac{\kappa - 1}{2} \right]^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad (6.69)$$

Výstupní průřez - Outlet	Možnosti 1D implementace
Statický tlak <i>OUTLET=0</i>	Rychlost se získá z DPR, následně hustota z DRK, přes SR se dopočítá teplota a následně se dopočítá energie z použité substituce.
Statický tlak Totální teplota <i>OUTLET=1</i>	Z DPR se získá rychlost a ze stagnační teploty měrná energie. Z rychlosti a měrné energie je možné vyjádřit měrnou entalpii a teplotu. Následně se ze stavové rovnice získá hustota a dopočítá energie.
Statický tlak Machovo číslo <i>OUTLET=2</i>	Z DPR se získá rychlost a následně je možné vyjádřit přes rychlost zvuku teplotu, hustotu a z dále energii ze substituční rovnice.
Hmotnostní průtok Machovo číslo <i>OUTLET=3</i>	Z DRK se dopočítá hustota a rychlost, následně je možné vyjádřit rychlost zvuku, ze které se získá teplota. Následně se ze stavové rovnice dopočítá tlak. Nakonec se dopočítá energie.
Hmotnostní průtok <i>OUTLET=4</i>	Postup implementace je stejný jako v případě vstupní okrajové podmínky popsány v tabulce 15.
Statický tlak Energie	Z DPR či DER se získá rychlost. Ze substituce ER a SR se vyjádří hustota.
Statický tlak Hustota	Z DRK či DPR se vypočítá rychlost a z ER se dopočítá energie.
Nic Supersonické proudění	Informace se zpátky nešíří, takže je možné hodnoty extrapolovat čistě z vedlejších buněk a minulých časových kroků, nebo je možnost hodnoty na výstupu neřešit vůbec. Mohou být problémy s ustálením proudění.
Machovo číslo	Z definičního vztahu se získá poměr rychlosti a rychlosti zvuku. Následně se řeší soustava DER a DRK.

Tabulka 16: Výběr z možností okrajových podmínek na outletu

Inlet	Outlet	Konvergence
Hmotnostní průtok Totální teplota	Statický tlak	Velmi dobrá a rychlá konvergence, zároveň nejlepší kombinace pro ustálení proudění i pro modelování reverzního rázu.
Statický tlak Totální teplota	Hmotnostní průtok	Méně stabilní kombinace – použitelná kombinace pro modelování klasického rázu, není však vhodná pro prvotní inicializaci proudění
Hmotnostní průtok Energie	Statický tlak	Velmi dobrá a rychlá konvergence
Rychlost Hustota	Statický tlak	Konverguje – Bohužel velmi výrazně roste teplota se vstupní rychlostí
Hmotnostní průtok	Statický tlak	Neurčitá úloha – řešení se nikdy neustálí
Rychlost	Statický tlak Hustota	Nepoužitelná kombinace – řešení kmitá směrem od outletu
Hmotnostní průtok	Statický tlak Energie	Nefunkční kombinace
Hmotnostní průtok	Statický tlak Hustota	Nefunkční kombinace
Hmotnostní průtok	Hustota Energie	Nefunkční kombinace
Rychlost	Statický tlak Energie	Nefunkční kombinace
Totální tlak Statický tlak	Hmotnostní průtok Machovo číslo	Nefunkční kombinace
Totální tlak Statický tlak	Statický tlak	Nefunkční kombinace, vzhledem k nekontrolovatelné teplotě a průtoku
Totální tlak Statický tlak	Hmotnostní průtok	Nefunkční kombinace
Hmotnostní průtok	Statický tlak Totální teplota	Špatná kombinace pro ustálení, je však použitelná při uzavření vstupního průřezu – může však začít divergovat a ztratit stabilitu

Tabulka 17: Testované vzájemné interakce různých okrajových podmínek

6.9 PODÉLNÝ RYCHLOSTNÍ GRADIENT A VÝPOČETNÍ SÍŤ

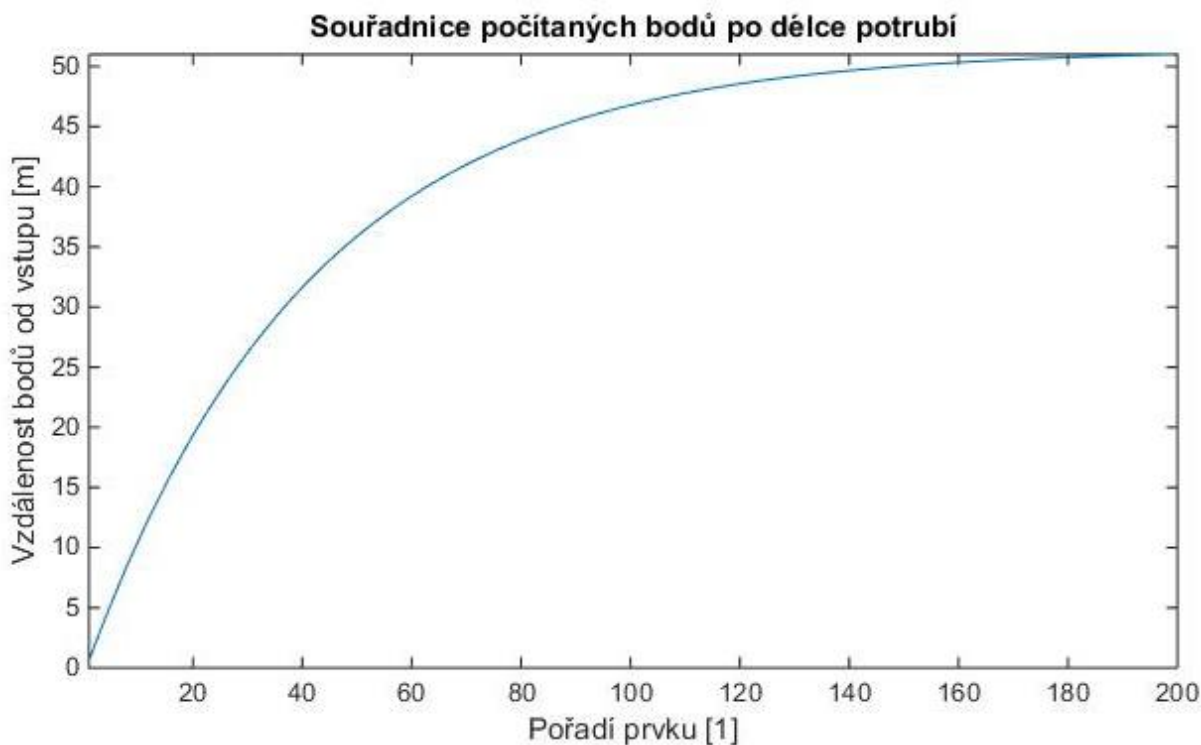
Při stlačitelném proudění dochází k výraznému snížení hustoty po délce potrubí. Z rovnice kontinuity tedy plyne zvyšování rychlosti po délce potrubí, nejvíce pak v posledních procentech délky potrubí. Obzvláště na výstupu může docházet až k rychlosti zvuku na velmi malých délkách. Z toho důvodu zde dochází ke vzniku velmi vysokého rychlostního gradientu i po délce. Velmi výrazná expanze se projevuje obzvláště při nízkém tlaku na výstupní okrajové podmínce. Proto je nutné směrem k výstupní části potrubí zhušťovat síť, ideálně geometrickou řadou.

$$L = \sum_{n=1}^i \Delta x_1 \cdot RF^{n-1} \quad (6.70)$$

Růstový faktor RF je řešený iteračně pro rozdělení na určité množství elementů a velikost posledního, tedy nejmenšího úseku. Výsledná chyba je následně odečtena od elementu na začátku potrubí, který je největší, čímž je zajištěna konstantní délka potrubí – touto délkou jsou vzdáleny body vstupní a výstupní okrajové podmínky. Vzdálenosti jednotlivých bodů jsou vyjádřeny pomocí vektoru Δx , který má přirozeně o jeden člen méně, než je počet bodů. Prediktorové derivace tedy používají ve stejném bodě vektor Δx o 1 souřadnici posunutou, oproti korektorovým derivacím.

$$\Delta x_n = \Delta x_{PR_n} = \Delta x_{KOR_{n+1}} = L_{n+1} - L_n \quad (6.71)$$

Příklad rozdělení jednotlivých prvků po délce je vidět na následujícím obrázku, kde je 51 metrů dlouhé potrubí rozděleno na 200 bodů a 199 úseků.



Obrázek 6.1: Příklad 1D sítě pro stlačitelné proudění v potrubí s konstantním průřezem

6.10 VOLBA ČASOVÉHO KROKU

Volba časového kroku je při geometrickém rozdělení velikosti jednotlivých úseků potrubí značně komplikovaná. Aby byla metoda stabilní, musí být splněno Courantovo kritérium (6.1) v každém bodě a časovém kroku. Existují 3 možnosti.

První možností je zachovat konstantní časový krok s dostatečnou rezervou. Ta se však velmi špatně odhaduje a především během výpočtů při možnosti IMPORT=0, tedy bez předpočítání, je tato možnost velmi nestabilní.

Druhou možností je velikost časového kroku dopočítat znovu po každém časovém kroku. Zde je možnost vytipování místa, kde bude ve většině případů vycházet nejmenší časový krok, čímž dojde ke snížení výpočetní náročnosti. Uvedený vzorec uvažuje 10 % rezervu. Druhý způsob je stabilní jen při vysokém poměru první a poslední buňky v závislosti na zvolené rezervě.

$$dt^{j+1} = \frac{0,9 \cdot dx_{i-1}}{a_i^j \cdot (1 + Ma_i^j)} \quad (6.72)$$

Třetí způsob řešení předpokládá, že ne vždy bude vycházet nejmenší časový krok v nejmenším úseku, což může nastat z důvodu velkých změn v prvních krocích při ustalování z počátečních podmínek či z důvodu velkých změn rychlosti zvuku v koncových bodech, které jsou způsobeny prudkým snížením teploty vlivem velkého úbytku entalpie na úkor kinetické energie. Nejvyšší stability dosahuje řešení, kdy se vypočítá vektor časových kroků pro všechny (či pečlivě vybrané) elementy a následně se vybere nejmenší, který se sníží o určitou malou rezervu. Výpočetně je však tento způsob nejnáročnější.

6.11 OPTIMALIZACE VÝPOČTU

Model byl vytvořen v softwaru Matlab. Během výpočtů nezřídka docházelo k naplnění RAM paměti počítače z důvodu stovek tisíc počítaných časových kroků před ustálením. S naplněním RAM dochází k pádu výpočtu. Z popsaného důvodu byla velká většina počítaných matic nahrazena stále dokola se přepisujícími vektory a bylo upuštěno od externích vlastních funkcí volaných každém časovém kroku cyklu, protože způsobovaly asi desetinásobný nárůst výpočetního času. Dalším krokem bylo ukládání hodnoty funkce vždy po určitém množství časových kroků, což bylo úspěšně implementováno. Stejně tak byla nahrazena většina for cyklů vektorovým tvarem, což opět podstatně zrychlilo výpočet. Dále bylo kompletně upuštěno od zobrazování postupu během výpočtu, čímž se výpočet také podstatně urychlil. Jediná použitá vlastní funkce před samotným výpočtem časových kroků je F_BIAS, která slouží pro iterační vytvoření výpočetní sítě a následné zobrazení ve dvou grafech. Všechny ostatní vlastní funkce, obsahující ukládání výsledků na disk, grafy a colormapy jsou tedy zobrazeny až po samotném výpočtu. Jelikož konvergence je velmi problematická – obzvláště z důvodu místa na výstupu, je možné využívat uložené iterace i s novou sítí pro její velmi dobrou inicializaci. Tato úprava je však možná pouze se sítí se stejným množstvím prvků a podobným rozdělením prvků. Bylo testováno, jestli by možnost změny počtu prvků bylo možné vyřešit aproximací výsledků polynomem po délce, tato možnost však nefungovala.

Nejsnazším způsobem jak pracovat s těmito skripty je během několika krátkých výpočtů optimalizovat výpočetní síť z hlediska růstového faktoru, nechat během několika set tisíc kroků zkonvergovat – tento počet výrazně roste s počtem prvků, velikostí rychlostního gradientu, obzvláště pak při velmi nízkém statickém tlaku na konci potrubí (extrémní expanze vlivem tlakové ztráty). Následně je vhodné poslední řádek ustáleného výpočtu uložit a použít pro

simulaci rázu. Zde je však nebezpečí, že ráz může způsobit samotná změna okrajových podmínek na jiný typ a je tedy dobré provést ustálení ještě jednou po změně typu OP a až následně vyvolat ráz, což navržené kombinace okrajových podmínek pro rázy z kapitoly 6.13 *Simulace rázů* umožňují.

6.12 VÝSLEDNÝ PROGRAM

Výsledný program se skládá z několika částí. První část obsahuje nastavení výpočtu, včetně měření času výpočtu. Nastavení výpočtu obsahuje:

IMPORT (0, 1, 2) – Výběr počátečních podmínek pro výpočet.

0 - Počítá z nastavených konstantních počátečních podmínek. Tato možnost vyžaduje pro každou možnost velmi pečlivé nastavení alespoň tlaku, jinak hrozí pád výpočtu během prvních kroků. Konvergence u této možnosti trvá velmi dlouho. Je to však jediná možnost, která umožňuje změnu počtu počítaných průřezů.

1 - Využívá poslední napočítaný krok z minulého výpočtu, který je uložený ve workspace v RAM paměti počítače. Poslední napočítaný krok (může být i z přerušného výpočtu) umístí na řádek M1-1, v základním nastavení tedy na 1. řádek, od kterého probíhá výpočet. Všechna ostatní data na řádcích s vyšším číslem se přemazávají, řádky s nižším číslem jsou zachovávány beze změny. Je možné měnit délku potrubí i délku posledního elementu, není však možné měnit počet průřezů i .

2 - Používá načtení prvního řádku z uloženého souboru. Z toho důvodu je nutné mít M1=2, jinak výpočet nebude fungovat. Stejně jako u možnosti 1 není možné měnit počet elementů. Jméno importovaného souboru se specifikuje níže.

EXPORT (0, 1, 2) – Ukládání výsledků po výpočtu.

0 - Ukládá výsledky pouze na RAM do workspace. Je možné pokračovat ve výpočtu volbou IMPORT=1.

1 - Ukládá celé výsledné matice do souboru se jménem, které se nastavuje v dolní části scriptu, která se ukládáním zabývá.

2 - Ukládá řádek, který je definován o řádek níže v proměnné ROW. Číslo tohoto řádku se promítne do názvu souboru, může tedy vypadat například ROW1000.mat.

INLET (0, 1, 2, 3, 4) – Umožňuje výběr vstupní okrajové podmínky ze seznamu popsáno vedle této funkce.

OUTLET (0, 1, 2) - Umožňuje výběr výstupní okrajové podmínky ze seznamu popsáno vedle této funkce. Pozor, většina kombinací okrajových podmínek vzájemně nefunguje. Více v kapitole Volba okrajových podmínek.

Z (0-1) – Možnost ovlivnění poměru využitých derivací v MacCormackově metodě. Klasický MacCormack využívá průměr těchto derivací, takže hodnotu 0,5. Konstanta Z udává váhu prediktorové derivace – v případě Z=0 bude prediktor kompletně zanedbaný, v opačném případě kdy Z=1 bude zanedbaný korektor.

KV (0-1) – Součinitel konvektivního členu v pohybové rovnici. Konvektivní členy mohou v některých případech způsobovat kmitání řešení, tento součinitel je umožňuje částečně, či úplně zanedbat.

LOSS (0, 1) – Výběr ztrátového součinitele.

0 – Ztrátový součinitel dle Churchilla

1 – Průměrný ztrátový součinitel z Fannovy křivky

CH – Korekční součinitel Churchillova vztahu ve stlačitelné oblasti – je tak možné iteračně zajistit stejné ztráty v simulaci jako v experimentu.

GRAFICKÉ ROZHRANÍ

ROZESTUP – Podélné grafy se zobrazují od 1 do M po konkrétním počtu časových kroků. Hodnota rozestupu určuje, po kolika řádcích výsledné matice hodnot se grafy zobrazují.

CM (0, 1, 2) – Zobrazení colormap po výpočtu.

0 - Colormapy jsou vypnuté.

1 - Colormapy jsou zobrazené v závislosti na pořadí prvku. Z důvodu vysokých podélných gradientů veličin, obzvláště na konci potrubí, je to nejpřehlednější způsob zobrazení.

2 – Stejně, jako možnost 1, ale každá colormap má vlastní okno.

GRAF – Zobrazování podélných grafů po dokončení výpočtu. Hmotnostní průtok a měrná energie mohou v případě ustalování pomáhat jako ukazatele kvality konvergence.

0 - Grafy se po výpočtu nezobrazují.

1 - Grafy se zobrazí v závislosti na délkové souřadnici počítaných bodů.

2 - Grafy se zobrazují v závislosti na pořadí prvků – pro sledování ustálení nejlepší možnost. V případě, že veličiny kmitají směrem od výstupu, znamená to, že je zvolen příliš vysoký hmotnostní průtok pro takto zvolenou velikost posledního prvku. Je možné řešit zdrobněním sítě u outletu či snížením hmotnostního průtoku.

3 – Grafy v závislosti na čase pro vektor bodů *SOURADNICE*. Tyto body jsou následně seřazeny podle pořadí ve vektoru.

4 – Grafy jednotlivých veličin v závislosti na čase. Funguje stejně jako č. 3, ale každý graf má vlastní okno.

SOURADNICE [A B C D] – Souřadnice je vektor a je možné zadat 1 až 9 zájmových průřezů – může se tak zadat jakékoli přirozené číslo na intervalu 1 až *i*. Přesné umístění těchto průřezů v potrubí je možné najít ve vektoru *L*. Tyto body jsou využívány pro zobrazení hodnot daných veličin po rázu v daných průřezích v závislosti na čase.

VYNULOVAT_CAS (0, 1) – V případě využití importovaných okrajových podmínek se importuje i počáteční čas.

0 – Importovaný čas zůstává.

1 – Čas se počítá od nuly.

DT (1, 2, 3) – Přístup k časovému kroku.

1 – Zachovává konstantní výchozí časový krok, který se volí v nastavení času.

2 – Velikost nového časového kroku dt se dopočítává z posledního průřezu na konci každého časového kroku.

3 – Velikost nového časového kroku dt se dopočítává z celé domény. Nejstabilnější, ale výpočetně nejnáročnější možnost. Obvykle nejlepší možnost.

REZERVA (0,1 - 0,99) – Součinitel, pomocí kterého se sníží přepočítávaný časový krok.

NASTAVENÍ DOMÉNY

i – Množství počítaných průřezů.

k – Drsnost potrubí v metrech.

$L(i)$ – Vzdálenost výstupního průřezu od vstupu = délka potrubí.

$dx(i-1)$ – Vzdálenost mezi posledními dvěma průřezy – je nutná malá pro dobrou konvergenci při ustálení, je však nutné volit s rozvahou vzhledem k modelování rázů a malá hodnota způsobuje velké vzdálenosti mezi průřezy u vstupu.

d, S – Vnitřní průměr a průřez potrubí v jednotlivých bodech.

NASTAVENÍ ČASU

$j2$ – Počet časových kroků mezi uložení řádku do matice výsledků. S rostoucím poměrem $j2/M2$ roste rychlost výpočtu.

dt – Velikost prvního časového kroku.

$M1$ – První počítaný řádek, inicializace se bere z předchozího řádku.

$M2$ – Počet řádků matic výsledků. Celkově tedy proběhne $j2 \cdot (M2 - M1)$ časových iterací.

6.13 SIMULACE RÁZŮ

Po nastavení programu a ustálení proudění je možné přejít k vyvolání rázů. Klasickým rázem je zde myšleno vyvolání tlakové vlny, která má prvotní charakter přetlaku. Reverzním rázem se se uvažuje tlaková pulzace s prvotně podtlakovým charakterem.

Klasický ráz je možné vyvolat zvýšením průtoku na vstupu či snížením průtoku na výstupu. Reverzní ráz je přesným opakem a je ho možné vyvolat snížením průtoku na vstupu, či snížením průtoku na výstupu. V úvahu připadají všechny okrajové podmínky, které vyvolají požadovaný efekt a jsou vzájemně kompatibilní.

Klasický ráz je možné vyvolat při kombinaci hmotnostního průtoku a totální teploty na vstupu ($INLET=0$) a statického tlaku na výstupu ($OUTLET=0$) tak, že se zvýší statický tlak na výstupu. V tomto případě není možné použít rychlou skokovou změnu, jelikož dojde k okamžité ztrátě stability metody, plynoucí z charakteru MacCormackovy metody, která není vhodná pro obousměrné proudění – problém tak vzniká primárně otočením směru tlakového gradientu. Pomalá změna problému nepůsobí, dokud je zachován kladný, či dostatečně malý záporný hmotnostní průtok.

Druhým způsobem vyvolání klasického rázu je použití stagnační teploty a statického tlaku na vstupu ($INLET=4$) a hmotnostní průtok na výstupu ($OUTLET=4$). Tato kombinace okrajových podmínek funguje pro ráz velmi dobře, není však vhodná pro prvotní ustálení. Postup je tedy takový, že se řešení ustálí na kombinaci $INLET=OUTLET=0$, následně se změní okrajové podmínky na $INLET=OUTLET=4$, ustálí se to zde a až následně je možné vyvolat ráz na výstupu. Zabráni se tak ovlivnění výsledku změnou okrajových podmínek, které mohou vyvolat ráz i z druhé strany.

Třetí možností pro vyvolání klasického rázu je využití kombinace hmotnostního průtoku a stagnační teploty na vstupu ($INLET=0$) a statického tlaku na výstupu ($OUTLET=0$). Zde stačí zvýšit hmotnostní průtok na vstupu.

Pro reverzní ráz je možné použít kombinaci hmotnostního průtoku na vstupu ($INLET=1$), a statický tlak se stagnační teplotou na výstupu ($OUTLET=1$). Z těchto simulací je však velmi dobře vidět, že průběh rázu na vstupu je v podstatě izotermický vlivem nízké kinetické energie a je tedy možné použít i stabilnější kombinaci okrajových podmínek, kdy je na vstupu zvolený hmotnostní průtok a stagnační teplota ($INLET=0$), na výstupu je potom statický tlak ($OUTLET=0$). V obou případech se postupuje tak, že se zachovají hodnoty z ustáleného stavu, pouze hmotnostní průtok na vstupu se rázově sníží. Doba zavírání se uvažuje nekonečně malá a hmotnostní průtok se změní během jediného časového kroku na finální hodnotu.

Druhou možností reverzního rázu je snížení statického tlaku na výstupu při hmotnostním průtoku a stagnační teplotě na vstupu ($INLET=0$) a statickém tlaku na výstupu ($OUTLET=0$).

6.14 VYHODNOCENÍ MODELOVANÝCH RÁZŮ

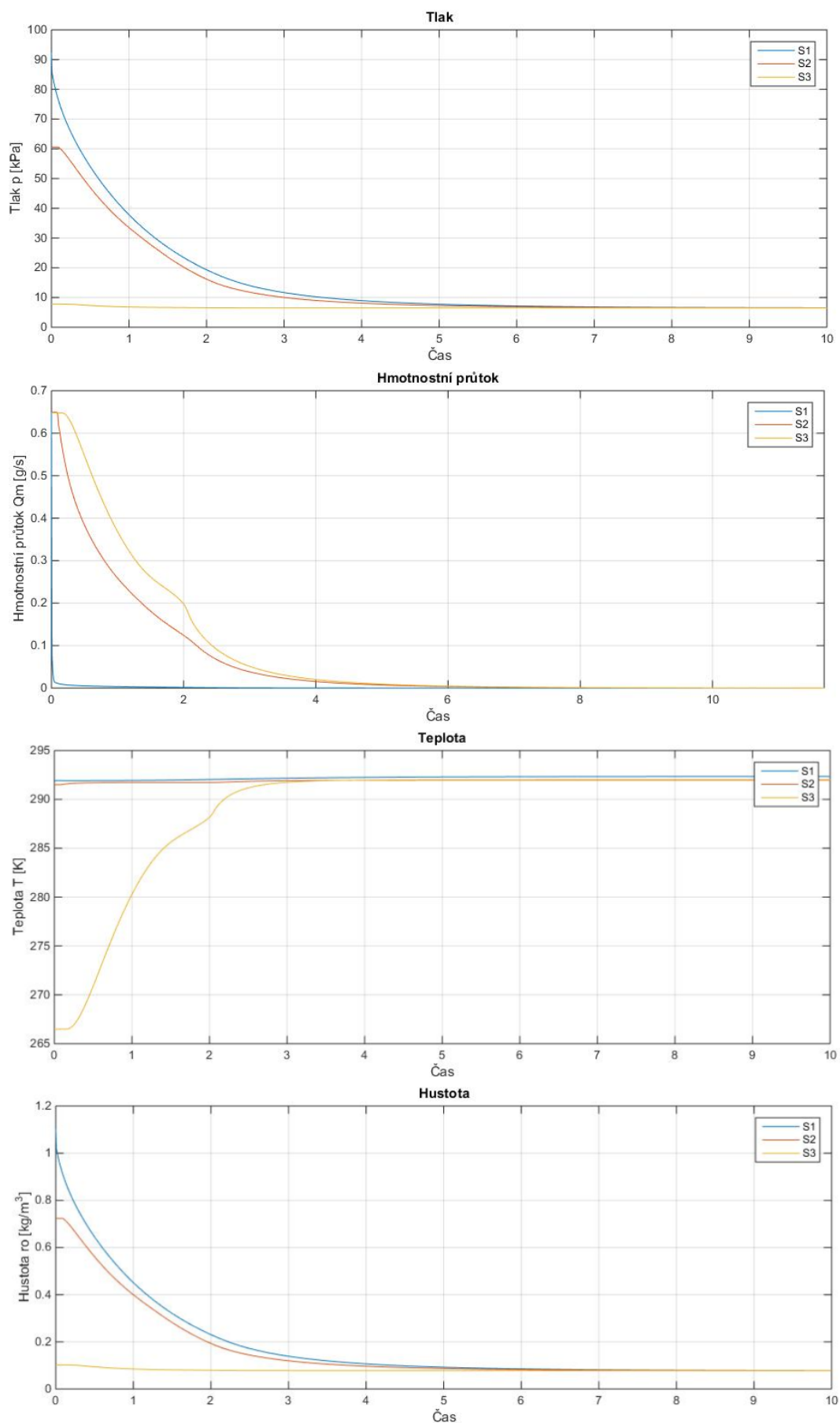
Po zpracování programu a výběru okrajových podmínek vhodných pro simulaci rázů bylo v první chvíli nutné získat ustálený stav, který je co nejpodobnější situaci z experimentu. Zde se však vyskytl problém ve vyhodnocení ztrát při vysokých rychlostech plynu. Churchillův ztrátový součinitel pracuje pouze s Reynoldsovým číslem a relativní drsností potrubí. Jelikož zde není žádná korekce na Machovo číslo a stlačitelnost proudění, dochází zde k nadhodnocení délkových tlakových ztrát. K důvodu tohoto problému se mi nepodařilo vyhledat žádné informace, ale je možné usuzovat, že zde dochází k expanzi vírových struktur, a dochází tak k nižší disipaci tlakové energie, než udávají stochastické ztrátové vztahy pro nestlačitelné 1D proudění. Z tohoto důvodu a z izoentropického zjednodušení modelu je také možné v případě velmi vysokých hmotnostních průtoků dostat v modelu na výstupním průřezu supersonické proudění, které je zde způsobeno vlivem prudkého zchlazení plynu a obrovské délkové tlakové ztráty. Při nižších průtocích Machovo číslo naopak roste jen velmi pomalu a případ, kdy v experimentu došlo ke škrcenému proudění, limitovanému sonickou rychlostí zde ani vzdáleně nenastává.

Ustálení bylo nakonec vyřešeno způsobem, že se z experimentů vzala data a iteračním způsobem byl násoben součinitel délkových ztrát v potrubí tak, aby situace zůstala přibližně stejná jako v případě experimentu. Následně byla tato hodnota zachována i pro modelování rázu, protože jinak by došlo k ovlivnění rázu touto změnou.

6.14.1 MODELOVÁNÍ REVERZNÍHO RÁZU

Pro tuto situaci byly použity okrajové podmínky hned z prvního měření při prvním uspořádání měřicí stanice. Ustálený hmotnostní průtok byl 649 μg , stagnační teplota na vstupu 294 K, výstupní statický tlak 6510 Pa. Délka domény byla zvolena 51 m, průměr hadičky 6 mm, rozdělení oblasti bylo na 333 průřezů s geometrickým rozdělením délky jednotlivých elementů, korekční součinitel pro Churchillův vztah ve stlačitelné oblasti byl iteračně zvolen 0,63, čímž byly zajištěny stejné ztráty jako při měření. Pro modelování následného rázu byl zachován stejný typ okrajových podmínek, tedy hmotnostní průtok a stagnační teplota na vstupu a statický tlak na výstupu. Následně byl změněn parametr hmotnostního průtoku na nulu, při zachování ostatních okrajových podmínek. K okrajovým podmínkám je napsáno více v kapitole 6.13.

Výsledné grafy jsou zobrazené mimo okrajové podmínky ve vzdálenostech od vstupu, kdy průřez S_1 je umístěn v 0,4 m, průřez S_2 v 29,8 m a průřez S_3 v 50,95 m. Výsledný ráz je zobrazený na následujících grafech. Průběh tlaků je srovnatelný s měřením, jen je zde přibližně o 2 s delší doba ustálení. Jedním z důvodů, proč k tomuto rozdílu mohlo dojít je skutečnost, že při experimentu došlo na výstupu k proudění rychlostí zvuku, při modelování však rychlost na výstupu dosahovala pouhých 0,8 Ma. Je tedy možné předpokládat, že skutečný podélný profil jednotlivých veličin byl odlišný. Stejně jako v případě experimentu zde nedošlo k otočení směru tlakového gradientu a nedošlo tak k odrazu tlakové vlny.

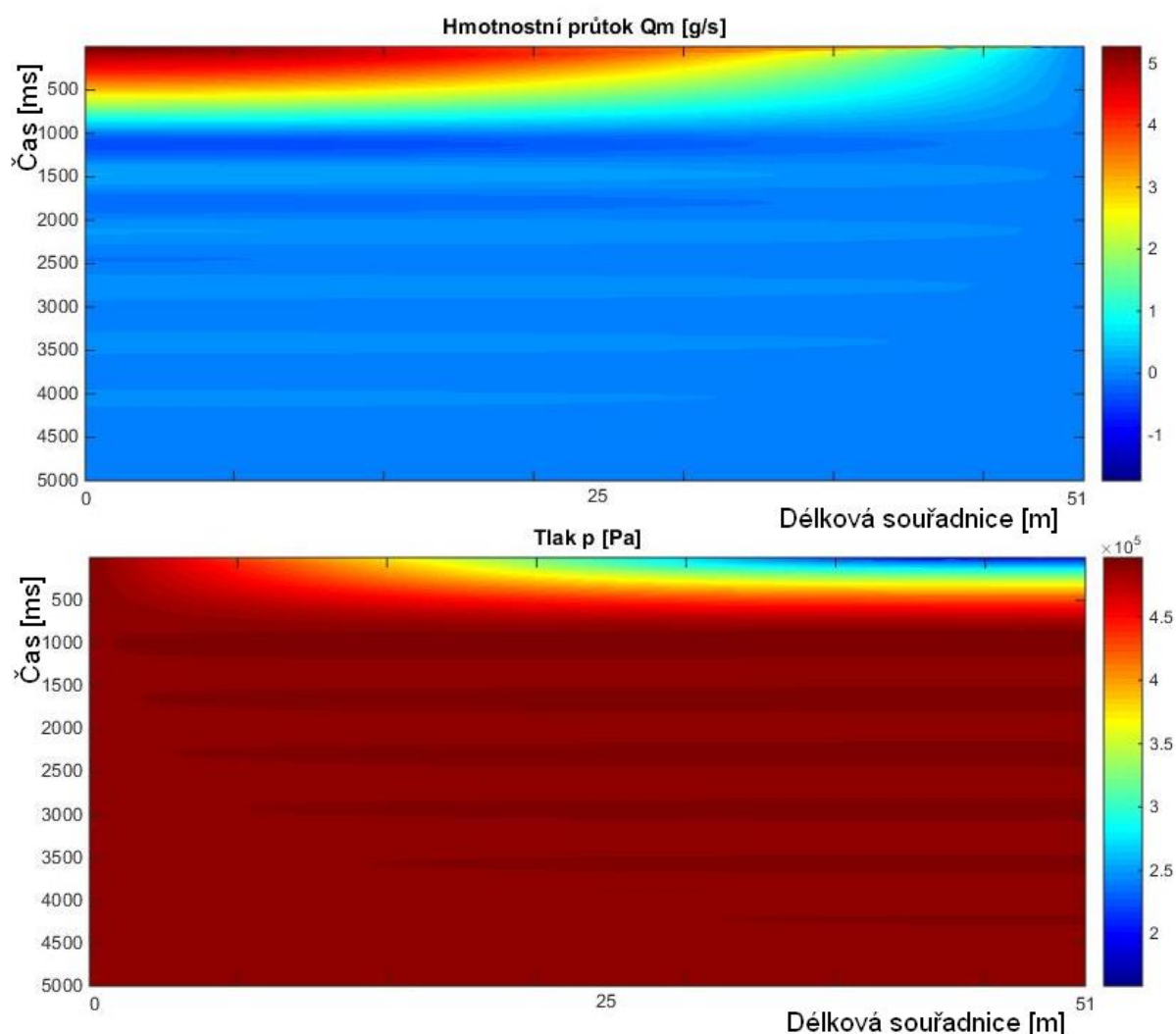


Obrázek 6.2: Časový průběh po modelovaném reverzním rázu v jednotlivých průřezích

6.14.2 MODELOVÁNÍ KLASICKÉHO RÁZU

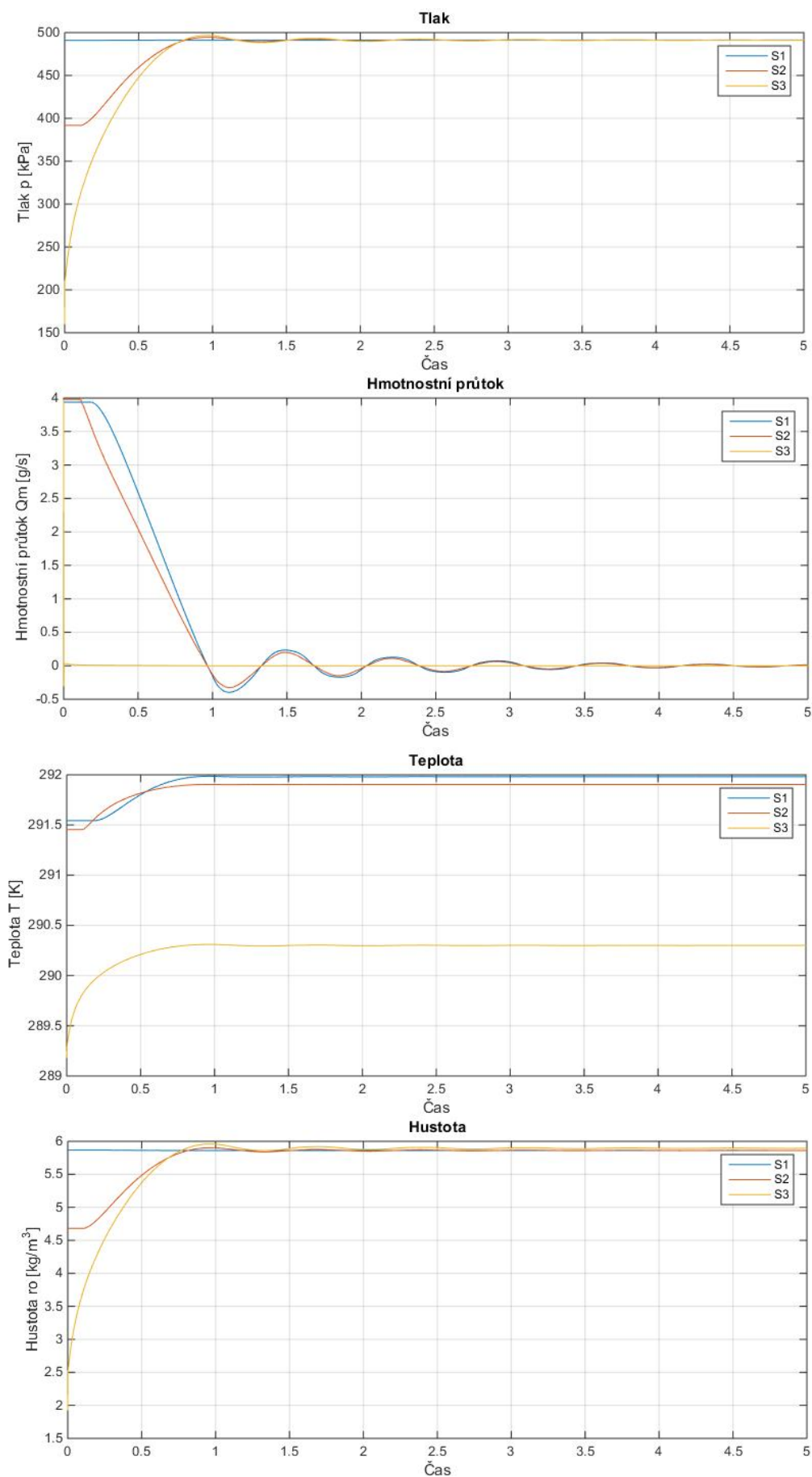
V tomto případě byl modelován stav z 1. měření při 2. uspořádání měřicí tratě. Délka a rozdělení domény byly zvoleny stejně jako v předchozí simulaci. Hmotnostní průtok byl zvolen 3,98 g/s, tlak na vstupu 391 kPa, tlak na výstupu byl volen podle snímače 3, tedy 157,3 kPa. Prvotní ustálení bylo řešeno pomocí hmotnostního průtoku a stagnační teploty na vstupu a statického tlaku na výstupu. Následně se plynule přešlo na okrajovou podmínku statického tlaku a stagnační teploty na vstupu a hmotnostního průtoku na výstupu. Po ustálení s touto okrajovou podmínkou byl teprve vyvolán ráz. Korekční součinitel Churchillova vztahu na stlačitelné proudění byl iteračně dopočítán jako 0,579. Ráz byl vyvolán tak, že byla změněna výstupní okrajová podmínka hmotnostního průtoku na nulu. Výsledné grafy jsou zobrazené mimo okrajové podmínky ve vzdálenostech od vstupu, kdy průřez S_1 je umístěn v 0,3 m, průřez S_2 v 21,2 m a průřez S_3 v 50,94 m.

Výsledné kmitání hmotnostního průtoku a tlaku je dobře vidět na následujících colormapách, které jsou zobrazeny v závislosti na délce. Svislá osa zobrazuje průběh rázu v milisekundách. Vodorovná osa zobrazuje délkovou souřadnici na střednici.



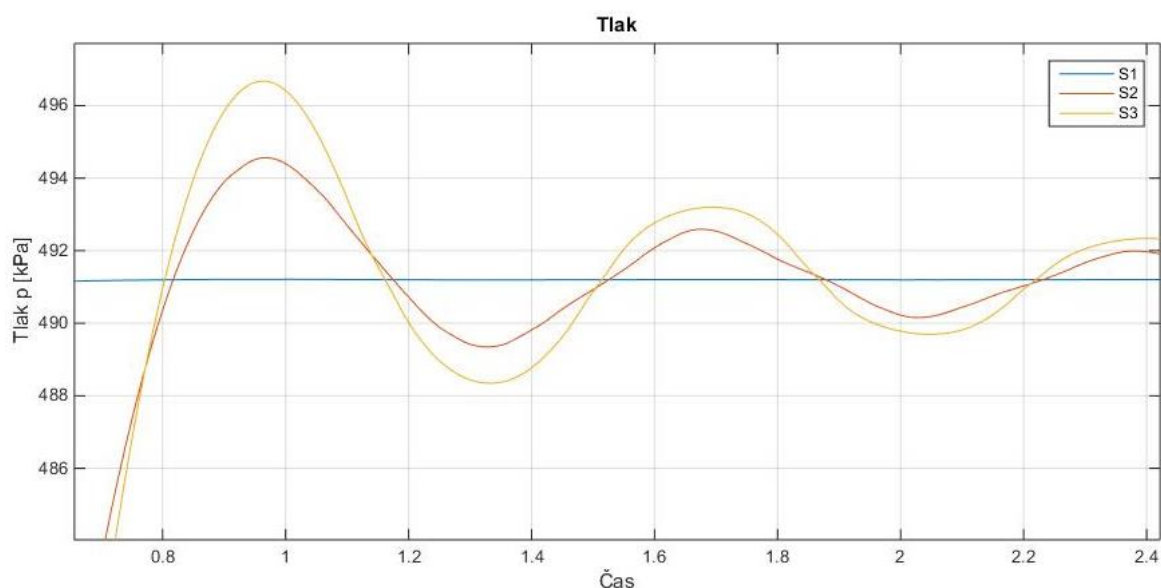
Obrázek 6.3: Zobrazení rázů s využitím colormap

Zobrazení rázů v závislosti na čase ve vybraných průřezech je zobrazeno na následujících grafech.



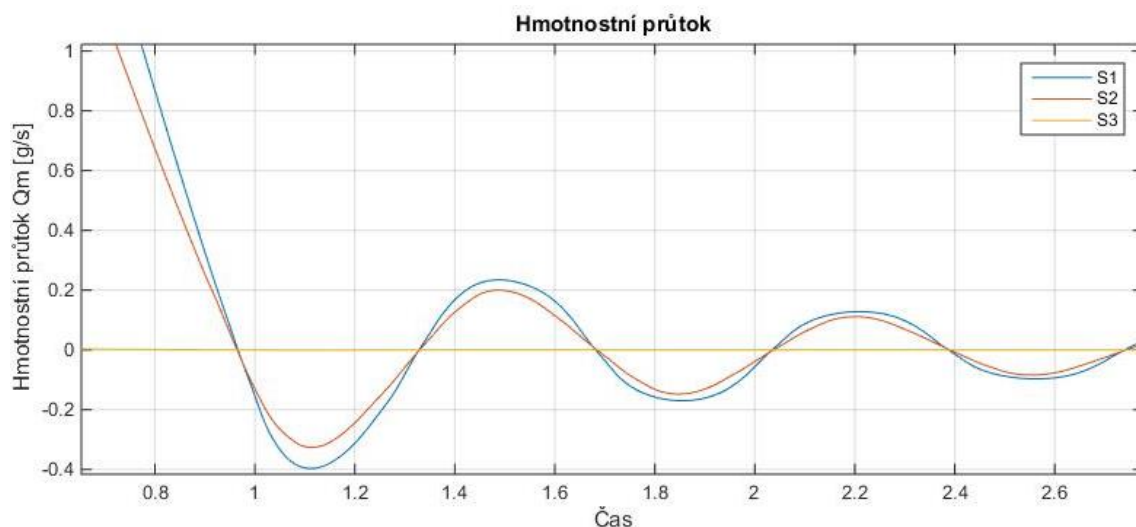
Obrázek 6.4: Časový průběh modelování rázu v jednotlivých průřezech

Při bližším pohledu na průběh kmitání tlaku na obrázku 6.5 je možné zaznamenat několik rozdílů oproti měření, konkrétně vzhledem k grafům z obrázků 7.6 a 7.7. Je zde možné pozorovat, že útlum v simulaci je nižší než při měření a dochází zde k několika překročením ustálené hodnoty, která je zde reprezentována časovým průběhem z průřezu S₁, zatímco v průběhu měření se po prvním překmitu jednalo pouze o slabé dokmitávání. To může být způsobeno také tím, že je zde rozdíl ve velikosti amplitudy prvního tlakového překmitu. Při experimentu dosahoval velikosti přibližně 1 kPa, zatímco při modelování je to 7 kPa. Stále se však jedná o přijatelnou chybu vzhledem k použitým zjednodušením a korekcím na modelu. Dále je možné vidět, že kmitání hustoty má stejnou frekvenci i fázi jako kmitání tlaku.



Obrázek 6.5: Přiblížení časového průběhu tlaku

Průběh hmotnostního průtoku je vidět na obrázku 6.6. Dle předpokladů kmitá při stejné frekvenci s fází posunutou přibližně o 90°. Teplota oproti tomu nekmitá vůbec.



Obrázek 6.6: Přiblížení časového průběhu hmotnostního průtoku

7 EXPERIMENTÁLNÍ VAKUOVÁNÍ RÁZEM

7.1 POUŽITÁ MĚŘÍCÍ TECHNIKA PŘI 1. USPOŘÁDÁNÍ MĚŘÍCÍ TRATĚ:

Tlakový snímač 1, typ DMP331, BD Sensors	rozsah: 0-1,6 bar(a), výstup: 0-20 mA, třívodič, výrobní číslo: 2052875, přesnost: 0,2 % z rozsahu
Tlakový snímač 2, typ DMP331	rozsah: 0-1,6 bar(a), výstup: 0-20 mA, třívodič, výrobní číslo: 2052875, přesnost: 0,2 % z rozsahu
Tlakový snímač 3, typ DMP331, BD Sensors	rozsah: 0-1,6 bar(a), výstup: 0-20 mA, třívodič, výrobní číslo: 2052875, přesnost: 0,2 % z rozsahu
Tlakový snímač 4, typ DMP331, BD Sensors	rozsah: 0-0,4 bar(a), výstup: 0-20 mA, třívodič, výrobní číslo: 1759373, přesnost: 0,2 % z rozsahu

Tabulka 18: Použité tlakové snímače při sníženém tlaku v nádobě

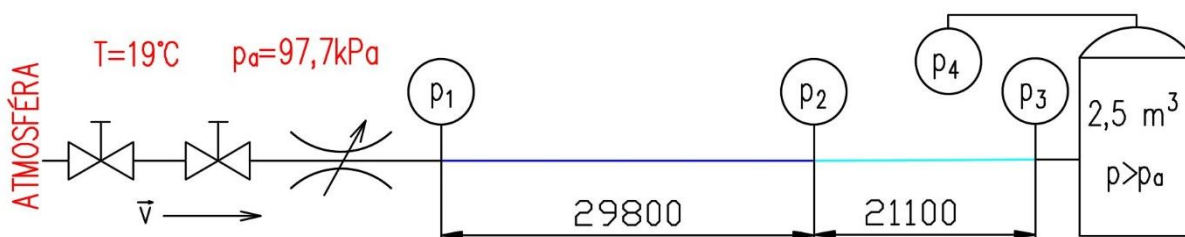
Polyamidová hadice	světlost: 6 mm, vnější průměr: 8 mm, délky: 29,8 m, 21,1 m, celková délka: 5090 cm
Tlaková nádrž, Sigma Slatina-Brno	Objem: 2,5 m ³ , nejvyšší pracovní přetlak: 1,57 MPa, nejvyšší pracovní teplota: 100 °C, rok výroby: 1986, výrobní číslo: 6352
Uzavírací kulový ventil, ASCO	katalogové číslo: SC G238A046, primární médium: voda, pracovní tlak: 0-10 bar výrobní číslo: 49644 6

Tabulka 19: Použité vybavení

Dalším vybavením byl jeden další nespecifikovaný kulový ventil a jeden škrtkový ventil. Tyto 3 ventily byly umístěny sériově za sebe pro zajištění co největší těsnosti. Měření proběhlo s využitím softwaru LabView.

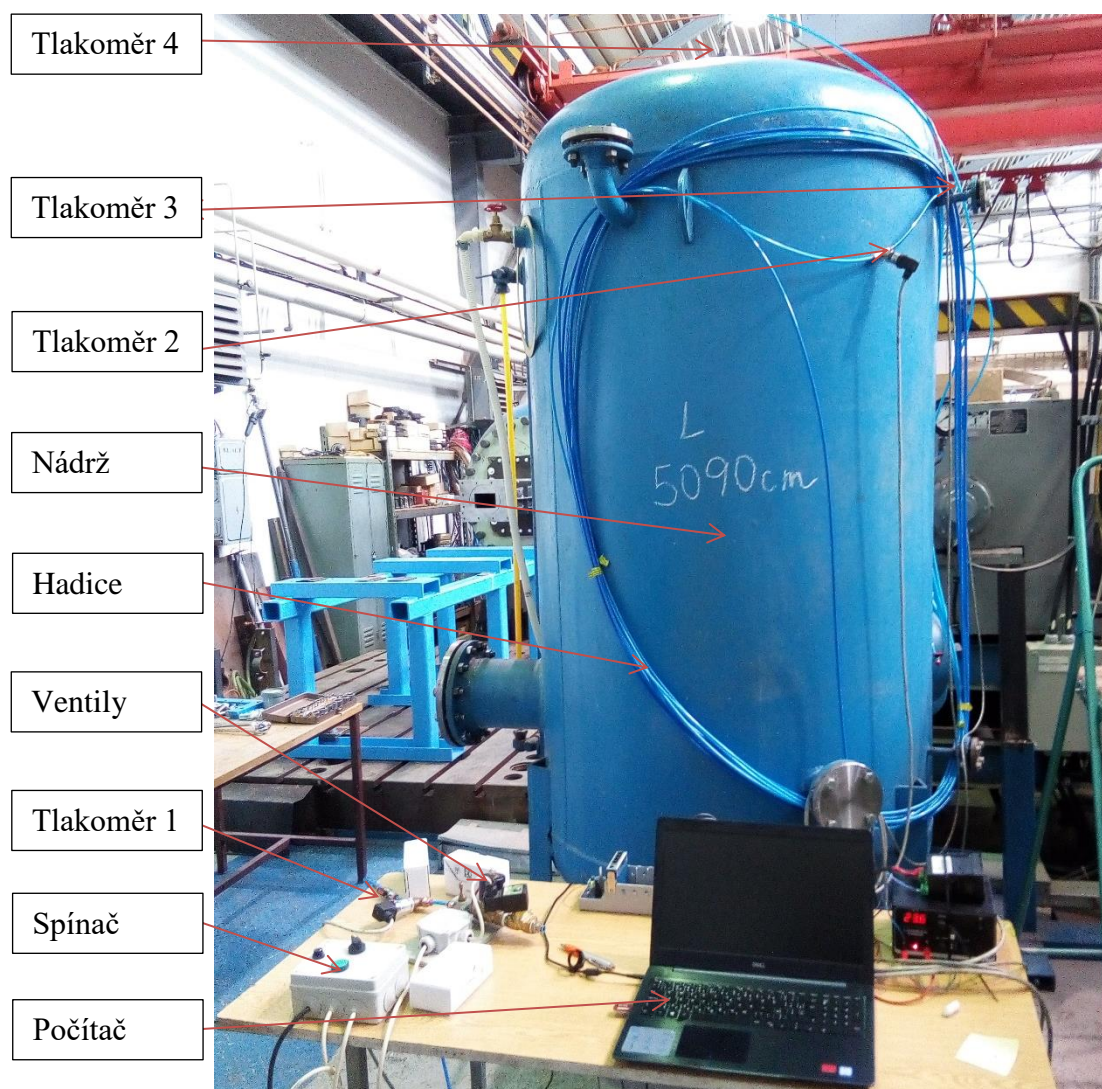
7.2 USPOŘÁDÁNÍ 1. MĚŘÍCÍ TRATĚ

Experimentální trať se skládá z několika částí. Na vstupu atmosféry byly 2 kulové ventily a jeden škrtkový ventil, následoval tlakový snímač 1, 2980 cm polyamidové hadice světlosti 6 mm, tlakový snímač 2, dalších 2110 cm stejné hadice, tlakový snímač 3, za kterým byla připojena tlaková nádrž o objemu 2,5 m³. V horní části nádrže byl připojený tlakový snímač 4. Termočlánky se zprovoznit nepodařilo a průběh teploty tak vůbec měřen nebyl. Podtlak v nádrži byl zajištěn vodokružnou vývěvou.

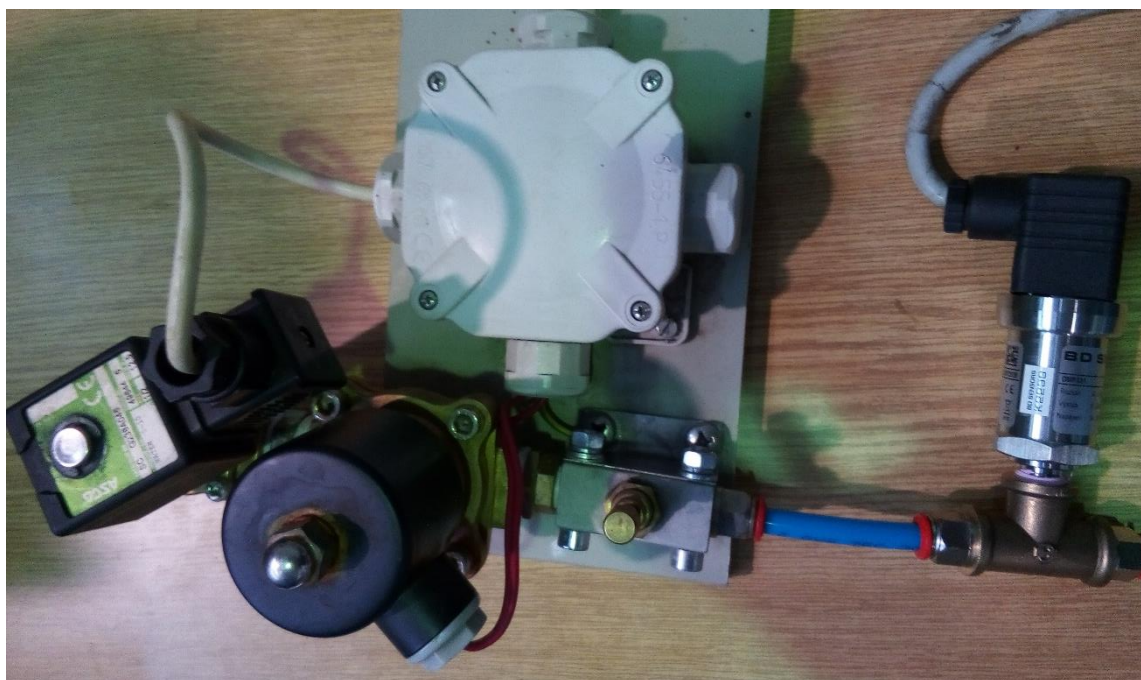


Obrázek 7.1: První schématická ilustrace měřicí tratě

Ventily byly řízené elektrickým spínačem. Uspořádání ventilů včetně tlakoměru 1 je zobrazeno na obrázku 7.3. Fotografie 7.2 zobrazuje celou měřicí trať včetně stolu s ovládacími prvky.



Obrázek 7.2: Fotografie měřicí tratě



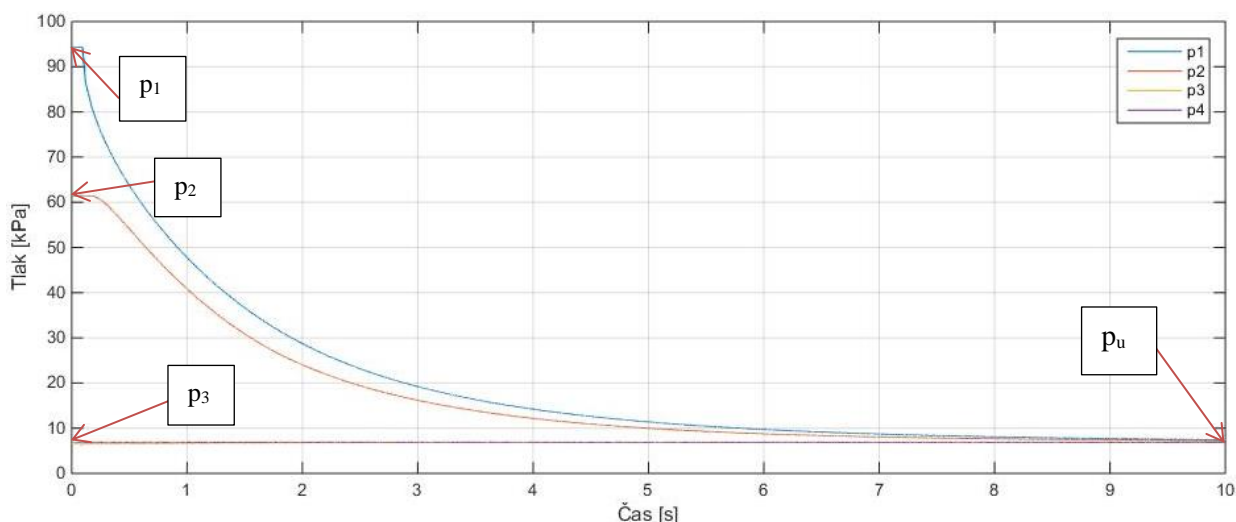
Obrázek 7.3: Řešení uzavěrů na vstupu z atmosféry

Experiment se skládal z 5 dílčích měření pro různé hodnoty podtlaků v nádrži. Před každým z těchto měření se vyhodnocoval statický stav, pomocí kterého se zjišťoval dodatečný hmotnostní průtok vlivem netěsností do nádrže s nízkým tlakem. Dále bylo statické měření použité pro sladění tlakových snímačů na stejné výchozí hodnoty tlaků. Následovalo měření reverzního rázu, které se skládalo z otevření ventilů, následného ustálení a rychlého uzavření všech ventilů. Potom se do nádrže dopustil vzduch a měření se opakovalo s jiným rozdílem tlaků.

Vyhodnocení experimentu bylo značně problematické z důvodu, že jedinou veličinou, kterou bylo možné měřit byl tlak. Jelikož bylo ve všech měřených situacích dosaženo škrceného proudění proudění na vstupu do nádrže, není možné uvažovat proudění za izotermické a podélné průběhy veličin jsou tak značně složité, obzvláště s uvažováním místní ztráty na snímači 2.

Před samotným měřením byla změřena statika a nárůst tlaků v závislosti na čase vlivem netěsností a prostupu plynu stěnou, ke kterým je více informací v kapitole 4.4 *Fyzikální problémy tvorby vakua* [11] Tento problém byl řešen tak, že se změřilo 90 sekund uzavřeného stavu, následně se provedla lineární interpolace pro jednotlivé snímače. Tato přímková se následně z dat měření rázů pro jednotlivé snímače odečetla a tlaková konstanta se přičetla z nejpřesnějšího snímače p_4 . Tím bylo dosaženo stejného tlaku na všech snímačích při uzavřeném stavu a dále pak snížení ovlivnění netěsnostmi a vlivu konečného objemu nádrže.

Hmotnostní průtok byl určen pomocí izotermické změny tlaku v nádrži. Během tohoto času byl hmotnostní průtok uvažován jako konstantní a vypočítaná hodnota je tedy aritmetický průměr za daný čas. Kolísání hmotnostního průtoku mezi jednotlivými měřeními je možné vysvětlit vznikem nestacionárních jevů na vstupu, kterými mohou být vtokové víry či Karmánova vírová stezka. Jiným vysvětlením pak může být nestacionární charakteristika škrceného proudu.



Obrázek 7.4: Příklad reverzního rázu v plynu, měření 1

Průběh reverzního rázu je zobrazený na obrázku 7.4 pro případ měření ze 6,5 kPa. Průběhy z měření v ostatních případech byly obdobné a nepodařilo se při žádném z nich dostat pod úroveň tlaku v nádrži. Z toho důvodu nedošlo k otočení směru tlakového gradientu na výstupní okrajové podmínce a nedošlo tak k odrazu rázu, který je typický například pro vodní ráz.

Tlaky 1,2 a 3 jsou při ustáleném stavu proudění těsně před rázem a ustálený tlak je z okamžiku, kdy rozdíl tlaků mezi jednotlivými snímači byl zanedbatelný a ráz už utlumený, tento tlak byl měřený snímačem 4. Tlak 0 je původní tlak, který byl v nádrži v uzavřeném stavu před samotným otevřením ventilů, měřený snímačem 4. Po čase zobrazeném na grafu tlak v potrubí dále velmi mírně klesal, což je způsobeno zanedbatelně vyšším tlakem mezi potrubím a nádrží. Dále je zde možné vyhodnotit přibližné Machovo číslo před rázem na každém ze snímačů uvažováním izoentropického proudění tak, že za totální tlak se uvažuje statický tlak v atmosféře, který byl změřený před experimentem. Následně je možné dopočítat i teplotu a měrný objem v místech snímačů. Na snímači 3 vychází izoentropicky získané Machovo číslo vyšší než 1. To znamená, že v tomto místě dochází k sonickému proudění.

$$Ma = \sqrt{\frac{\left(\left[\frac{p_T}{p}\right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right) \cdot \kappa}{\kappa - 1}} \quad (7.1)$$

$$T = \frac{T_T}{\left[1 + Ma^2 \cdot \frac{\kappa - 1}{2}\right]} \quad (7.2)$$

$$o = \frac{1}{\rho} = \frac{r \cdot T}{p} \quad (7.2)$$

p_0 kPa	Q_m $\mu\text{g/s}$	Ma_1 1	p_1 kPa	T_1 K	ρ_1 m^3/kg	Ma_2 1	p_2 kPa	T_2 K	ρ_2 m^3/kg	Ma_3 1	p_3 kPa	p_u kPa
6,51	649	0,189	94,27	290	0,884	0,705	61,39	266	1,24	2,02	6,54	6,89
10,10	691	0,187	94,35	290	0,884	0,702	61,59	266	1,24	1,79	10,13	10,44
19,77	704	0,182	94,53	291	0,882	0,684	62,94	267	1,22	1,42	19,89	20,03
30,07	687	0,176	94,75	291	0,881	0,653	65,35	270	1,18	1,18	30,36	30,46
36,98	662	0,172	94,88	291	0,880	0,625	67,44	271	1,15	1,05	37,29	37,36

Tabulka 20: Vyhodnocená tabulka po 1. uspořádání měřicí stanice

Cílem první fáze experimentu bylo zjistit, jestli je možné pomocí reverzního rázu v plynu v potrubí s konstantním průřezem dosáhnout nižšího tlaku, než udává okrajová podmínka, v tomhle případě tlak v nádrži. V experimentu, přestože bylo ve všech případech dosaženo škrceného proudění na výstupu, nebylo v žádném místě ani čase dosaženo tlaku nižšího než v nádrži.

7.3 MĚŘÍCÍ TECHNIKA PRO 2. A 3. USPOŘÁDÁNÍ MĚŘÍCÍ STANICE

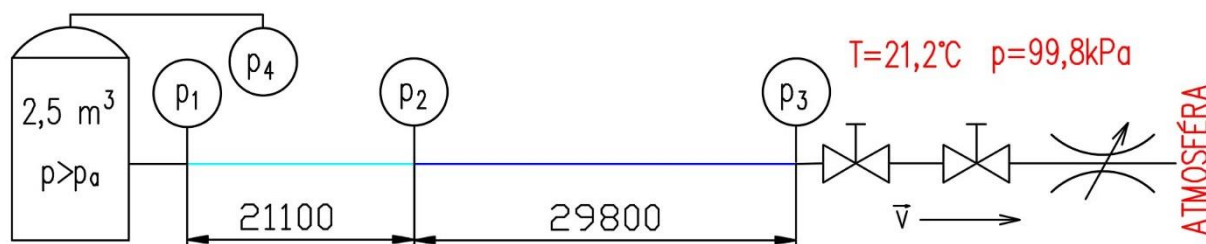
Další částí měření bylo otočení směru proudění zvýšením tlaku v nádrži. Tlakové snímače byly vyměněny za snímače pro vyšší tlak. Zbytek vybavení zůstal stejný.

Tlakový snímač 1, typ DMP331, BD Sensors	rozsah: 0-16 bar(a), výstup: 0-20 mA, třívodič, výrobní číslo: 2052931, přesnost: 0,2 % z rozsahu
Tlakový snímač 2, typ DMP331	rozsah: 0-16 bar(a), výstup: 0-20 mA, třívodič, výrobní číslo: 1998874, přesnost: 0,2 % z rozsahu
Tlakový snímač 3, typ DMP331, BD Sensors	rozsah: 0-16 bar(a), výstup: 0-20 mA, třívodič, výrobní číslo: 1998873, přesnost: 0,2 % z rozsahu
Tlakový snímač 4, typ DMP331, BD Sensors	rozsah: 0-16 bar(a), výstup: 0-20 mA, třívodič, výrobní číslo: 1830091, přesnost: 0,2 % z rozsahu

Tabulka 21: Použité tlakové snímače při zvýšeném tlaku v nádobě

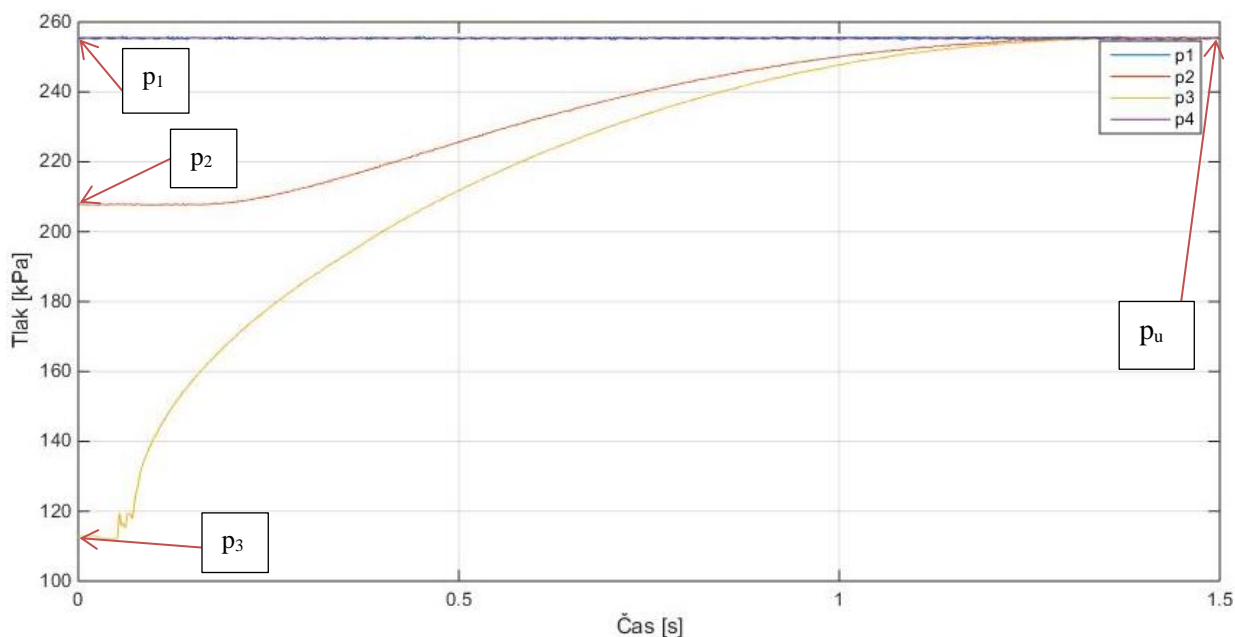
7.4 USPOŘÁDÁNÍ 2. MĚŘÍCÍ TRATĚ

Schématická ilustrace druhého okruhu je zobrazena na obrázku (7.5).



Obrázek 7.5: Druhá schématická ilustrace měřicí tratě

V tomto případě byl měřen klasický ráz vzniklý rychlým uzavřením ventilů na výstupu. Cílem bylo zjištění, jestli dochází v tomto případě ke znatelnému odrazu. Vyhodnocení bylo provedeno stejným způsobem jako v případě předchozího experimentu. Rozdílem ve vyhodnocení tohoto experimentu bylo utlumení šumu snímačů, které bylo provedeno pro snímače 1 a 4, pomocí průměrování ze 7 předcházejících a 7 následujících okolních hodnot, celkem tedy z 15 hodnot. Poslední měření obsahovalo měření za velmi malého rozdílu tlaků a bylo tedy vyhodnocováno jako izotermické proudění. Vzhledem k velkému rozsahu snímačů a výrazně nižším měřeným tlakům bylo použito průměrování tlaků pro všechny snímače ze 20 předchozích a 20 následujících hodnot. Vzhledem k pouze informativnímu účelu tohoto měření a vzorkovací frekvenci snímačů 2000 Hz je toto vyhlazení relativně přípustné.



Obrázek 7.6: Příklad rázu v plynu od rychlého uzavření ventilů na výstupu, 5. měření

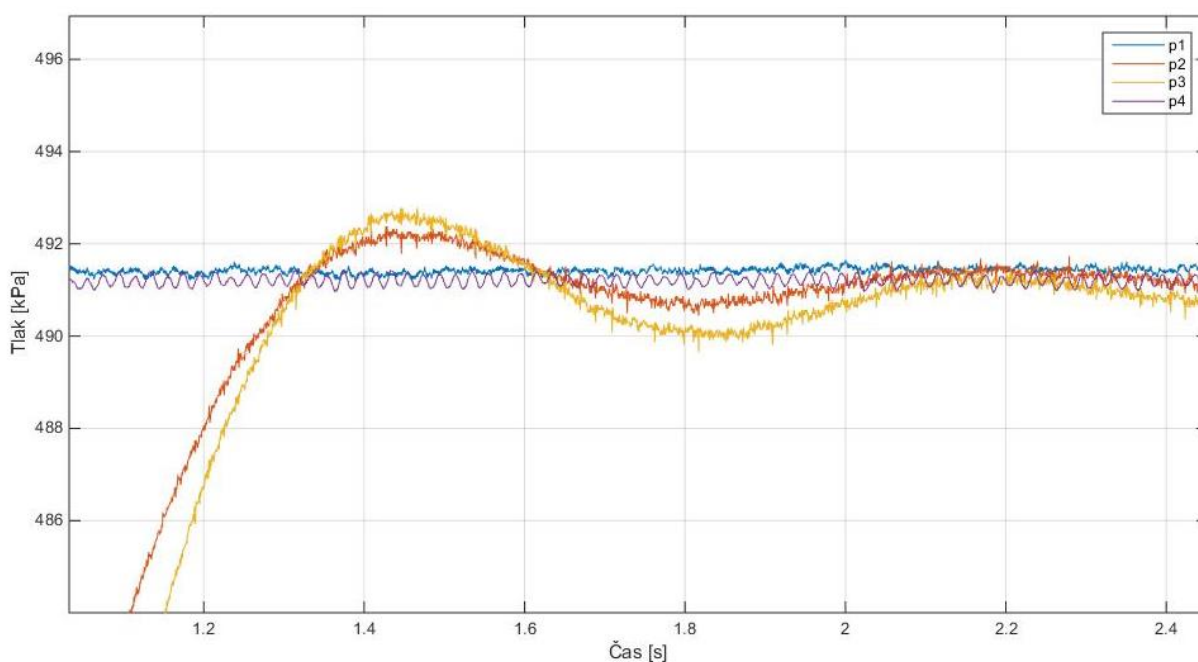
Na všech dílčích měřeních bylo zjištěno, že nastalo pouze zanedbatelné zvýšení tlaku po rázu a došlo k prakticky okamžitému utlumení.

Výsledky 2. fáze měření jsou zobrazeny v následující tabulce. Tlak p_0 je použitý pro identifikaci daného měření, ostatní tlaky v tabulce, jejich umístění a k nim dopočítávané veličiny jsou znázorněny na obrázku 7.6.

p_0 kPa	Q_m g/s	Ma_1 1	p_1 kPa	T_1 K	o_1 m ³ /kg	Ma_2 1	p_2 kPa	T_2 K	o_2 m ³ /kg	Ma_3 1	p_3 kPa	p_u kPa
493,8	3,98	0,014	491,2	292,5	0,171	0,50	387,5	278,7	0,207	1,16	157,3	491,1
447,1	3,46	0,017	446,6	292,5	0,188	0,49	352,3	278,9	0,227	1,15	146,1	445,6
400,7	3,21	0,019	399,4	292,5	0,21	0,49	316,4	279,1	0,253	1,12	135,9	399,3
308,4	2,28	0,015	307,1	292,5	0,27	0,48	246,3	279,8	0,33	1,04	120,3	307,0
256,1	1,76	0,037	256,0	292,6	0,33	0,46	207,6	280,5	0,39	0,96	112,5	255,2
107,2	0,215	0,017	107,1	294	0,79	0,018	104,0	294	0,81	0,019	99,97	107,1

Tabulka 22: Vyhodnocená tabulka po 2. uspořádání měřicí stanice

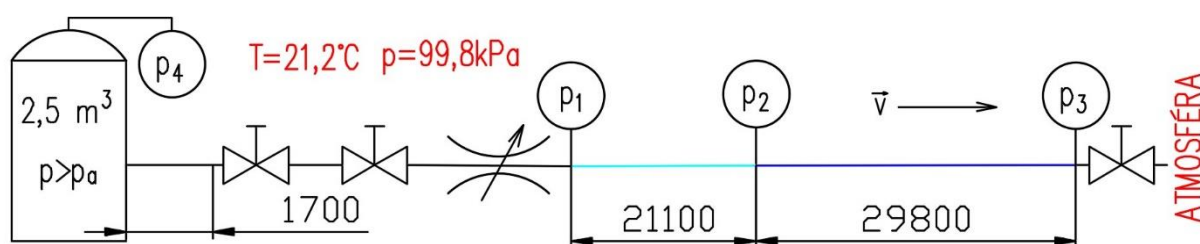
Cílem druhé fáze experimentu bylo zjištění možností odrazu tlakové vlny v plynu a zjištění hodnoty tlaku převyšující okrajové podmínky. Přestože na 4 měřeních bylo dosaženo rychlosti zvuku, což dokazuje vyšší izoentropicky získané Ma_3 než 1, na žádném z měření nebylo dosaženo jakkoli významné zvýšení tlaku. I přes to, že se podařilo přesáhnout tlak na okrajové podmínce v prvních dvou měřeních. Jednalo se řádově o zanedbatelné rozdíly, které byly prakticky okamžitě, v řádu desetin až jednotek sekund, utlumeny hodnotou okrajové podmínky. Nejmarkantnější byl tento výkmit právě u prvního měření. Dle očekávání byl největší překmit u snímače 3, kde proudění dosahovalo rychlosti zvuku. Dále byl tlak okrajové podmínky překročen i u snímače 2. Tato situace z 1. řádku měření je zobrazena na obrázku 7.7. Výrazné neodfiltrované kmitání má frekvenci 50 Hz a je způsobeno elektrickou sítí.



Obrázek 7.7: Přiblížení tlakového překmitu po rázu, měření 1

7.5 USPOŘÁDÁNÍ 3. MĚŘÍCÍ TRATĚ

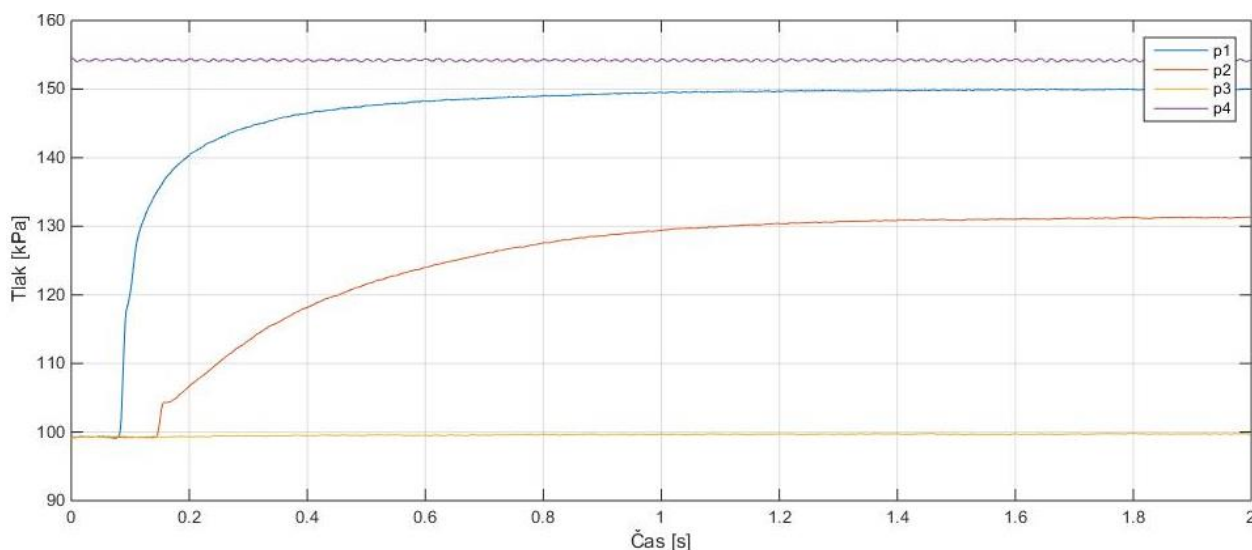
Třetí fázi měření bylo měření okruhu, u kterého docházelo opět k výtlaku plynu z nádoby, stejně jako ve druhém uspořádání. Tentokrát byl sériový uzavírací mechanismus posunut k nádrži, od které byl z manipulačních důvodů posunut 1,7 metru. Na výstup byl umístěn manuální uzavěr, který zde byl nutný z důvodu statického měření. Následně byl měřen reverzní ráz, stejně jako při 1. uspořádání. Schématická ilustrace třetího okruhu je zobrazena na obrázku (7.8).



Obrázek 7.8: Třetí schématická ilustrace měřicí tratě

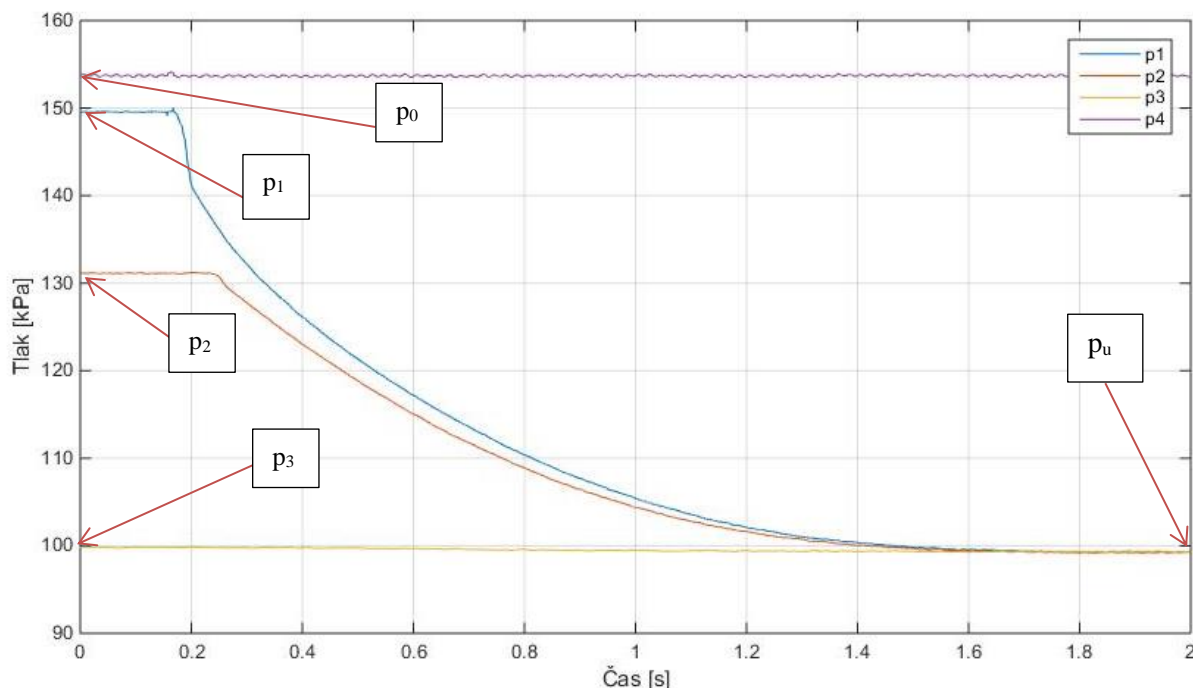
Statika byla měřena tak, že se uzavřel manuální ventil na výstupu a elektricky řízená soustava ventilů zůstala otevřená. Tím opět došlo k vyrovnání tlaků v celém systému. Následně se statika opět vyhodnotila z 90 sekund dlouhého měření pomocí stejného postupu.

Při vyhodnocení rázů se opět využíval princip útlumu šumu pomocí průměrné hodnoty z 15 bodů. Ráz vypadá téměř totožně jako v prvním případě, jen jsou na grafu vidět výsledky všech 4 snímačů, jelikož vlivem předsunutí 1,7 m dlouhé hadičky stejných parametrů zde došlo ke znatelné tlakové ztrátě. Po tomto reverzním rázu také přirozeně došlo k ustálení tlaku na hodnotě atmosférického tlaku. V tomto případě opět nedošlo k poklesu tlaku pod úroveň danou okrajovou podmínkou. Žádnou tlakovou špičku, přesahující okrajovou podmínku, nevykazoval ani případ otevření těchto ventilů, který je pro zajímavost zobrazen na obrázku 7.9.



Obrázek 7.9: Otevření ventilů při třetím uspořádání

Obrázek 7.9 zobrazuje standardní situaci reverzního rázu při třetím uspořádání vlivem uzavření ventilů. Velmi podobný trend opět vykazovala všechna vyhodnocená měření.



Obrázek 7.10: Vznik reverzního rázu při třetím uspořádání měřicí stanice, 2. měření

Výsledky všech měření třetího uspořádání jsou zobrazeny v následující tabulce.

p_0 kPa	Q_m g/s	Ma_1 1	p_1 kPa	T_1 K	ρ_1 m ³ /kg	Ma_2 1	p_2 kPa	T_2 K	ρ_2 m ³ /kg	Ma_3 1	p_3 kPa	p_u kPa
102,5	0,154	0,04	102,3	292,4	0,82	0,11	101,2	291,8	0,83	0,17	99,6	99,5
153,7	1,17	0,16	149,6	290,9	0,56	0,40	131,2	283,3	0,62	0,68	99,9	99,4
206,8	1,67	0,19	199,4	290,4	0,42	0,48	165,3	279,6	0,49	0,90	100,4	99,3
333,4	2,71	0,21	319,1	289,9	0,26	0,54	251,9	276,4	0,31	1,18	102,8	99,1
411,4	3,62	0,22	392,1	289,7	0,21	0,56	306,0	275,5	0,26	1,29	105,4	99,1

Tabulka 23: Vyhodnocená tabulka po 3. uspořádání měřicí stanice

Při 3. uspořádání měřicí tratě jsou výsledky víceméně srovnatelné s 1. uspořádáním a v žádném z těchto případů nebyl pomocí reverzního rázu dosažen nižší tlak, než udává okrajová podmínka.

Je tedy možné prohlásit, že vakuování v potrubí konstantního průřezu při subsonické vstupní rychlosti pomocí klasického či reverzního rázu v plynu není perspektivní. Stále však zůstává možnost, že je snižování tlaků pomocí rázů perspektivní v případě supersonického proudění, především pak pomocí reverzních rázů. Ověření této teorie je však mimo rozsah této diplomové práce.

ZÁVĚR

Rešeršní část této práce je věnována základní teorii jednorozměrného modelování nestacionárního proudění v plynech včetně využitelnosti jednotlivých modelů, základní teorii vakuování a přenosu tlakových poruch.

První kapitoly se zabývají rešerší základních rovnic potřebných k výpočtům proudění plynů v jednorozměrné oblasti, rovnicemi popisujícími nestacionární proudění plynů a možnostmi různých možných zjednodušení. Nejdříve jsou zde rozebrány dvourovnicové izotermické modely, které jsou vhodné pro pomalé proudění plynů, které má využití převážně v plynovodech. Následně jsou pomocí stejných principů vytvořeny třírovnicové adiabatické a izoentropické modely, které jsou naopak vhodné i pro stlačitelné proudění s vysokými rychlostmi, kde je možné zanedbávat přenos tepla do okolí. Následně je shrnuta základní problematika šíření tlakových poruch plynným prostředím, Machovo číslo a jednotlivé režimy stlačitelného proudění. Poslední kapitola této části práce se věnuje základní terminologii vakuové techniky a shrnuje běžné způsoby získávání vakua z různých úhlů pohledu. Také jsou zde vysvětleny principy vniku plynného média do vyprazdňovaného prostoru, problematika udržení nízkého tlaku, principy běžně používaných vývěv, výhody a slabiny jednotlivých konstrukcí.

Praktická část se zabývá zkoumáním potenciálu rázového vakuování. Tato část obsahuje návrh několika možností, jak by vakuování rázem v praxi mohlo vypadat a odhady potřebné rychlosti proudění. Dále se zabývá modelováním rázů a jejich proměření v laboratoři.

Pátá kapitola je věnována možnostem využití rázů pro vznik vakua. V první řadě jsou zde řešeny vlastnosti vzduchu a jejich využitelnost v této problematice. Dále je zde navržena základní matematická hypotéza vakuování rázem, ze které vyplývá, že v tomto zjednodušeném případě závisí při úplném uzavření jen na Machově čísle a druhu plynu. Z této hypotézy vyplývá, že pro vznik vakua blízkého stavu je potřebné přinejmenším supersonické proudění, pro vzduch vychází 2,24 Ma, pro jednoatomové plyny vychází 1,71 Ma. Následně jsou rozebrány specifické problémy očekávané v souvislosti s touto technologií, převážně vzhledem k definici teploty a adsorpci plynu na stěnách potrubí. Potom je vytvořen návrh některých základních schémat možných pro tvorbu nízkých tlaků a je na nich rozebrán jejich potenciál vzhledem k dostupným informacím získaných během zpracovávání této práce. Z výsledku hodnocení vyplývá, že subsonické proudění plynu je pro vakuování téměř nepoužitelné, a to přinejmenším v případě plynů s více atomy v molekulách. Oproti tomu získané informace nasvědčují faktu, že supersonické proudění plynu má vzhledem k tvorbě nízkých tlaků vysoký potenciál, který zatím nebyl podroben zkoumání. Závěr této kapitoly se zabývá optimalizačními možnostmi, které by bylo vhodné zkoumat v případě, že by výzkum této technologie v budoucnu pokračoval.

Šestá kapitola se zabývá modelováním adiabatického stlačitelného 1D proudění ideálního plynu v dokonale tuhém potrubí s možností změny průřezu po délce. Nejdříve jsou shrnuty základní požadavky na stabilitu a běžně používaná numerická schémata v mechanice tekutin. Potom je řešeno zjednodušení materiálových vlastností vzduchu, které je využito pro výsledný software. Dále se řeší ztráty ve stlačitelném proudění, jejichž správná kvantifikace se pro mě ukázala jako závažný problém. Nakonec jsou zde popsány pouhé dva způsoby vyjádření ztrát. Prvním z nich je Churchillův vztah, primárně určený pro nestlačitelné proudění, pro které je považován za jeden z nejlepších vztahů pro kvantifikaci ztrát. Není však funkcí Machova čísla a není tak vytvořený pro proudění s obrovskými hodnotami podélných a příčných gradientů různých

veličin. Z tohoto důvodu při stlačitelném proudění není příliš vhodný vzhledem k tlakovým ztrátám a zároveň vzhledem k nesprávnému rozložení jednotlivých veličin po délce potrubí. Druhý přístup vychází z Fannových křivek a je tak určený výhradně pro stlačitelné proudění. Uvažuje však konstantní hodnotu po celé délce. Přestože je schopný lépe kvantifikovat tlakovou ztrátu, nehodí se pro iterační řešení problémů a k modelování. Vztah, který by tohle chování popisoval lépe a zároveň skutečně fungoval, jsem nenašel. To má velmi nepříznivý vliv především pro ustálený stav proudění v tomto modelu. Další podkapitoly se věnují diskretizaci metodami Lax-Wendroff I a MacCormack. Pro simulaci byla nakonec vybrána metoda MacCormack, která pracuje na mezikrokovém principu prediktoru a korektoru. Vzhledem k povaze této metody je stabilní pouze při proudění v kladném směru. Proudění v záporném směru je možné ustálit jen ve velmi malých průtocích a je velmi nestabilní.

Okrajové podmínky se řešily pomocí diferencí 1. řádu v prostoru i čase. Pomocí této metody byly vyjádřeny všechny možné situace pro vstup i výstup, které byly následně využité pro implementaci různých okrajových podmínek. Na vstupu se vzhledem k metodě MacCormack musela implementace provádět dvakrát, jednou pro prediktorovou a podruhé pro skutečnou funkční hodnotu. Výstupnímu průřezu stačila implementace pouze pro funkční hodnotu. Detaily implementace jednotlivých okrajových podmínek byly uvedeny v podkapitole 6.8, ve které jsou dále uvedeny různé testované kombinace okrajových podmínek, které byly hledány pro ustálení, pro klasický ráz a pro reverzní ráz. Pro zpřehlednění vzájemných interakcí testovaných okrajových podmínek byly výsledky vloženy do tabulky.

Vyřešen byl problém s podélnou diskretizací potrubí, která je velmi potřebná v případě, že je na výstupu nízký tlak a dochází tak k velmi prudké expanzi plynu a z toho vyplývajícimu růstu podélného rychlostního gradientu. Vzhledem k jednosměrnému proudění byl vyřešen jen pomocí jednostranně klesající geometrické řady, která se vždy před výpočtem automaticky vygeneruje dle zadaných podmínek. Výsledný program disponuje nastavitelností výpočtů časového kroku, který byl téměř vždy uvažován jako proměnný vzhledem ke Courantovu kritériu. Následně byla provedena optimalizace soustředící se převážně na využití RAM paměti počítače a na rychlost výpočtu. Ta byla nutná převážně z důvodů extrémně vysokého množství potřebných časových iterací nutných k získání dobře zkonvergovaného ustáleného řešení, které se pohybuje kolem několika set tisíc iterací. Vzhledem ke komplikovanosti programu a uživatelského rozhraní byl vytvořen návod. Modelováním rázů se zabývá poslední část šesté kapitoly, kde jsou probrány jednotlivé varianty, jak mohou rázy vzniknout a pomocí kterých okrajových podmínek je možné jednotlivé varianty vyvolat. Následně jsou modelovány dva výsledky měření, jednou pro reverzní ráz, podruhé pro klasický.

Poslední kapitola se věnuje měření rázů v potrubí, které je zde reprezentováno polyamidovou hadičkou s vnitřním průměrem 6 mm. Měřeny byly případy, kdy došlo ke škrcení proudu a omezení hmotnostního průtoku rychlostí zvuku na výstupu, i případy, kdy tento jev nenastal. V žádném z měření reverzních rázů nebylo dosaženo poklesu tlaku pod úroveň okrajové podmínky. Z toho lze usuzovat, že pravděpodobně není možné tento stav při subsonickém proudění vyvolat, z čehož lze s jistotou usuzovat, že reverzní ráz při subsonickém proudění není možné použít ve vakuových technologiích. Oproti tomu při několika měřeních klasického rázu byl pozorován mírný nárůst tlaku nad hodnotu okrajové podmínky, přičemž se tento jev zesiloval s rostoucím hmotnostním průtokem, který přirozeně rostl s tlakem v tlakové nádobě. I přes to byl pozorovaný jev relativně slabý a lze tak prohlásit, že rázy vzniklé ze subsonického proudění nejsou pro tvorbu vakua nijak perspektivní. Zároveň však informace sesbírané v této práci naznačují, že supersonické proudění by mohlo mít pro tvorbu vakua značný potenciál a stojí za další výzkum. Jednalo by se pravděpodobně o úplně novou oblast výzkumu.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] VARCHOLA, Michal, Branislav KNÍŽAT a Peter TÓTH. *Hydraulické riešenie potrubných systémov*. Bratislava: Viena, 2004. Edícia vedeckej a odbornej literatúry. ISBN 80-807-3126-8.
- [2] YOSHIMURA, Nagamitsu. *Vacuum technology: practice for scientific instruments*. Berlin: Springer, c2008. ISBN 978-3-540-74432-0.
- [3] DUBRAVCOVÁ, Viera. *Vákuová a ultravákuová technika: laboratórne cvičenia z vákuovej techniky*. 2. Bratislava: Slovenská vysoká škola technická, 1987. ISBN 80-05-01090-7.
- [4] ŠKORPÍK, Jiří. *Teorie lopatkových strojů*. Brno: Transformační-technologie, 2017. ISSN 1804-8293.
- [5] ŠKORPÍK, Jiří. *Proudění: Efekty při proudění vysokými rychlostmi*. Brno: Transformační technologie, 2018. ISSN 1804-8293.
- [6] BENDER, E. & KONRAD, B. (1979). Zur Simulation dynamischer Vorgänge in Gasnetzen/On simulation of the dynamics of gas networks. *at - Automatisierungstechnik*, 27(1-12), pp. 105-140
- [7] *Engineering ToolBox* [online]. 2001 [cit. 2018-10-28]. Dostupné z: <https://www.engineeringtoolbox.com>
- [8] SCHULTZ, R. *Vodní ráz v oblasti nízkých tlaků*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 51 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Daniel Himr, Ph.D.
- [9] G. IM, Hong. *Numerical Methods for Wave Equations: Part I: Smooth Solutions*. 1. University of Michigan, 2001. Dostupné také z: http://www.fem.unicamp.br/~phoenics/SITE_PHOENICS/Apostilas/CFD-1_U%20Michigan_Hong/Lecture08.pdf

- [10] G. IM, Hong. *Numerical Methods for Wave Equation: Part II: Discontinuous Solutions*. 1. University of Michigan, 2001. Dostupné také z: http://www.fem.unicamp.br/~phoenics/SITE_PHOENICS/Apostilas/CFD-1_U%20Michigan_Hong/Lecture09.pdf
- [11] RUSŇÁK, Karel. *FYTV - Fyzika a technika vakua* [online]. 2013 [cit. 2019-03-26]. Dostupné z: https://kfy.zcu.cz/Pro_studenty/Predmety/FYTV.html
- [12] ERBEN, Milan. *Vakuová technika: Ziskávání a měření vakua, využití vakuových technologií* [online]. 1. Univerzita Pardubice, 2008 [cit. 2019-03-26]. Dostupné z: https://www.upce.cz/sites/default/binary_www_old/fcht/koanch/soubory/vakuum-erben.pdf
- [13] Vakuová technika: Teoretické základy vakuové techniky. *Fyzika ČVUT* [online]. Praha, 2012 [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: <http://fyzika.fs.cvut.cz/subjects/fzmt/lectures/>
- [14] The Lax-Wendroff Technique. *Aircraftdesign* [online]. Shanghai, 2008 [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: <http://aircraftdesign.nuaa.edu.cn/aca/Slide/18-The%20Lax-Wendroff%20Technique.pdf>
- [15] Advection. *University of Muenster* [online]. Muenster [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: https://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/physik_tp/lectures/ws2016-2017/num_methods_i/advection.pdf
- [16] MacCormack's Techniques. *Aircraftdesign* [online]. Shanghai, 2008 [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: <http://aircraftdesign.nuaa.edu.cn/aca/Slide/19-MacCormack%20Technique.pdf>
- [17] GANS, Paul. Joule-Thomson Expansion. *Physical Chemistry* [online]. 1993, Říjen 1993, **1993**(V25.0651), 6 [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: <http://tccc.iesl.forth.gr/education/local/Labs-PC-II/JT.pdf>
- [18] BAKKER, André. Applied Computational Fluid Dynamics: Lecture 6 - Boundary Conditions. *Bakker.org* [online]. 2002 [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: <http://www.bakker.org/dartmouth06/engs150/06-bound.pdf>
- [19] 8.4.3. Modeling Inputs for Compressible Flows. *Sharcnet* [online]. [cit. 2019-04-11]. Dostupné z: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/flu_ug/flu_ug_sec_compress_inputs.html

- [20] Module 4: Lecture 1 COMPRESSIBLE FLOWS (Fundamental Aspects: Part - I). *NPTEL – Mechanical – Principle of Fluid Dynamics* [online]. The National Programme on Technology Enhanced Learning, , 57 [cit. 2019-04-11]. Dostupné z: <https://nptel.ac.in/courses/101103004/pdf/mod4.pdf>
- [21] PRESSURE LOSS IN PIPE. *Neutrium* [online]. [cit. 2019-04-19]. Dostupné z: https://neutrium.net/fluid_flow/pressure-loss-in-pipe/
- [22] How a Liquid Ring Vacuum Pump Works. *Gardner Denver* [online]. Denver [cit. 2019-04-21]. Dostupné z: <https://www.gardnerdenver.com/en/knowledge-hub/articles/liquid-ring-vacuum-pumps>
- [23] Numerical Integration of Partial Differential Equations (PDEs): Time dependent Problems. <https://cw.fel.cvut.cz/> [online]. [cit. 2019-04-27]. Dostupné z: https://cw.fel.cvut.cz/b181/media/courses/a6m33mos/partial_differential_equations_time_dependent_problems..pdf
- [24] Wave Equation. *University of Notre Dame* [online]. 2013 [cit. 2019-04-27]. Dostupné z: <https://www3.nd.edu/~gtryggva/CFD-Course/2013-Lecture-9.pdf>
- [25] *Compressible flow*. Berkeley, 2014. Dostupné také z: <http://www.cchem.berkeley.edu/cbe150a/mom/CompressableFlow.ppt>
- [26] RENNELS, Donald C. a Hobart M. HUDSON. *Pipe flow: A practical and comprehensive guide* [online]. Hoboken, N.J.: Wiley, c2012 [cit. 2019-05-13]. ISBN ISBN978-0-470-90102-1.
- [27] J. Pérez-García, E. Sanmiguel-Rojas a A. Viedma. New coefficient to characterize energy losses in compressible flow at T-junctions. *Applied Mathematical Modelling* [online]. Španělsko, 2010, 12.2010, **2010**(34) [cit. 2019-05-13].
- [28] GENICK, Bar–Meir. *Fundamentals of Compressible Fluid Mechanics* [online]. 12.11.2013. Chicago, 2013 [cit. 2019-05-16]. Dostupné z: http://www.bigbook.or.kr/bbs/data/file/bo11/1535291005_vkqPUAtN_Fundamentals_of_Compressible_Fluid_Mechanics_Genick_Bar-Meir.pdf

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

a	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	Rychlost zvuku
a_∞	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	Rychlost zvuku volného proudu
A_C^B	$[-]$	Veličina A v časovém kroku B na prostorové souřadnici C
A, B	$[1]$	Proměnné pro výpočet ztrát dle Churchilla
B	$[\text{J}\cdot\text{K}^{-1}]$	Boltzmannova konstanta
c	$[\text{K}]$	Sutherlandova konstanta pro daný plyn
c_p	$[\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}]$	Měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku
c_v	$[\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}]$	Měrná tepelná kapacita při konstantním objemu
d	$[\text{m}]$	Průměr potrubí
d_m	$[\text{m}]$	Průměr molekuly plynu
e	$[\text{J}/\text{m}]$	Energie na metr – jedna z počítaných veličin modelu
g	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$	Gravitační zrychlení
H	$[\text{m}]$	Výška bodu
h	$[\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}]$	Měrná entalpie
i	$[1]$	Pořadí elementu potrubí
j	$[1]$	Pořadí časového kroku
K	$[\text{Pa}]$	Model objemové stlačitelnosti
K_N	$[1]$	Knudsenovo číslo
k	$[\text{m}]$	Drsnost potrubí
L	$[\text{m}]$	Délka potrubí
L_n	$[\text{m}]$	Délková souřadnice
Ma	$[1]$	Lokální Machovo číslo
M_{vi}	$[1]$	Machovo číslo ideálního plynu pro vytvoření vakua plným uzavřením
M_∞	$[1]$	Machovo číslo volného proudu
p	$[\text{Pa}]$	Tlak
p_0	$[\text{Pa}]$	Tlak v nádrži na začátku daného měření
p_1	$[\text{Pa}]$	Tlak na snímači 1 před vyvoláním rázu po korekci netěsností
p_2	$[\text{Pa}]$	Tlak na snímači 2 před vyvoláním rázu po korekci netěsností
p_3	$[\text{Pa}]$	Tlak na snímači 3 před vyvoláním rázu po korekci netěsností
p_T	$[\text{Pa}]$	Totální (stagnační) tlak
p_{krit}	$[\text{Pa}]$	Kritický tlak reálného plynu
p_u	$[\text{Pa}]$	Ustalovací hladina tlaku po rázu po korekci netěsností

q	$[\text{W} \cdot \text{kg}^{-1}]$	Teplo na jednotku hmotnosti a času
Qm	$[\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$	Hmotnostní průtok
r	$[\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$	Měrná plynová konstanta
R	$[\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}]$	Molární plynová konstanta
Re	[1]	Reynoldsovo číslo
RF	[1]	Růstový faktor modelové funkce F_BIAS
S	$[\text{m}^2]$	Průřez potrubí
t	[s]	Časová souřadnice
T	[K]	Teplota
T_T	[K]	Totální (stagnační) teplota
T_{krit}	[K]	Kritická teplota reálného plynu
u	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}]$	Hmotnost průřezu – jedna z počítaných veličin modelu
u_T	$[\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}]$	Měrná vnitřní energie
v	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	Střední hodnota rychlosti proudu
v_∞	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	Rychlost volného proudu
x	[m]	Poloha na ose ve směru x
z	[1]	Součinitel stlačitelnosti reálného plynu
Δp	[Pa]	Tlakový rozdíl
Δt	[s]	Velikost časového kroku
Δx	[m]	Vzdálenost mezi dvěma body na ose x

SEZNAM POUŽITÝCH ŘECKÝCH SYMBOLŮ

η_0	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$	Dynamická viskozita při teplotě 0 °C
$\bar{\lambda}$	[m]	Střední volná dráha
ρ_T	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	Totální (stagnační) hustota
λ	[1]	Součinitel délkových ztrát
ρ	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	Hustota tekutiny
η	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$	Dynamická viskozita
κ	[1]	Poissonova konstanta
ν	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$	Kinematická viskozita

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

DER	Diferenční tvar energetické rovnice
DPR	Diferenční tvar pohybové rovnice
DRK	Diferenční tvar rovnice kontinuity
ER	Energetická rovnice
KOR	Korektor
LMČ	Lokální Machovo číslo
MČVP	Machovo číslo volného proudu
MLW	Metoda Lax-Wendroff I
MMC	Metoda MacCormack
PR	Pohybová rovnice
PRE	Prediktor
RK	Rovnice kontinuity
SR	Stavová rovnice

SEZNAM PŘÍLOH

Všechny příložené soubory jsou určeny pro program Matlab 2014B a novější. Přípony těchto souborů jsou *m*.

PROGRAM – Software využívaný pro výpočet proudění a rázů. Hlavní nástroj a předmět této diplomové práce.

F_BIAS – Funkce využívaná pro iterační diskretizaci délky potrubí geometrickou řadou podle počtu průřezů a délky posledního úseku. Hned po rozdělení domény zobrazí 2 grafy zobrazující tohle rozdělení. Až následně je zahájen samotný výpočet.

F_SAVEROW – Funkce používaná pro uložení vybraného časového řádku. Ukládané proměnné jsou teplota, hmotnostní průtok, rychlost, tlak, součin hustoty a průřezu u , hustota, energie na metr potrubí, Machovo číslo, čas a rychlost zvuku. V PROGRAMU se nastaví parametr ROW jako vybrané číslo řádku a EXPORT na hodnotu 2, což po uskutečnění celého výpočtu spustí ukládání tohoto řádku. Výsledný uložený soubor ponese název ROW_*.mat.

F_GRAFY_i – Funkce pro zobrazení grafů v závislosti na pořadí průřezu. Jedná se o cyklus a postupně vykresluje grafy v čase. Konvergenci při ustalování lze sledovat na hmotnostním průtoku a měrné energii. Je výhodná pro sledování výpočtů s vysokým rychlostním gradientem. Tato funkce se po výpočtu spustí v případě, že GRAF=1.

F_GRAFY_L – Funkce pro zobrazení grafů po délce potrubí. Jedná se o cyklus a postupně vykresluje grafy v čase. Konvergenci při ustalování lze sledovat na hmotnostním průtoku a měrné energii. Je výhodná pro sledování výpočtů s tlakem na výstupu nad 100 kPa, jelikož je zde při normálních hmotnostních průtocích nižší rychlostní gradient. Tato funkce se po výpočtu spustí v případě, že GRAF=2.

F_GRAFY_t – Funkce pro zobrazení několika grafů ve vybraných souřadnicích v závislosti na čase od prvního počítaného času do času t_2 , který se volí v PROGRAMU. Využívá 2 okna. Tato funkce se po výpočtu spustí v případě, že GRAF=3.

F_GRAFY_t_SOLO – Funkce pro zobrazení několika grafů ve vybraných souřadnicích v závislosti na čase od prvního počítaného času do času t_2 , který se volí v PROGRAMU. Využívá nové okno pro každý graf. Tato funkce se po výpočtu spustí v případě, že GRAF=4.

F_COLORMAP_i – Zobrazí colormapy v závislosti na pořadí průřezů. Na svislé ose jsou zobrazeny časové iterace. Colormapy jsou zobrazeny ve dvou oknech. Tato funkce se po výpočtu spustí v případě, že CM=1.

F_COLORMAP_i_SOLO – Zobrazí colormapy v závislosti na pořadí průřezů. Na svislé ose jsou zobrazeny časové iterace. Každá colormap má vlastní okno. Tato funkce se po výpočtu spustí v případě, že CM=2.

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Odchyly jednotlivých modelů od modelu 1 pro jednotlivé konstanty π_1 a π_2	19
Tabulka 2: Odchyly jednotlivých modelů od modelu 1 pro různé poměrné časy změny	19
Tabulka 3: Závislost Knudsenova čísla na typu proudění	26
Tabulka 4. Základní vlastnosti suchého vzduchu	32
Tabulka 5. Vlastnosti suchého vzduchu v závislosti na teplotě při atmosferickém tlaku	33
Tabulka 6: Metoda FTCS	42
Tabulka 7: Metoda upwind – po větru	42
Tabulka 8: Eulerova implicitní metoda	42
Tabulka 9: Metoda Lax-Friedrichs	42
Tabulka 10: Skoková metoda Leap Frog	43
Tabulka 11: Metoda Lax-Wendroff I	43
Tabulka 12: Metoda Lax-Wendroff II	43
Tabulka 13: Metoda MacCormack	43
Tabulka 14: Dopočítávané hodnoty proměnných z okrajových podmínek	53
Tabulka 15: Výběr z možností okrajových podmínek na inletu	54
Tabulka 16: Výběr z možností okrajových podmínek na outletu	55
Tabulka 17: Testované vzájemné interakce různých okrajových podmínek	56
Tabulka 18: Použité tlakové snímače při sníženém tlaku v nádobě	68
Tabulka 19: Použité vybavení	68
Tabulka 20: Vyhodnocená tabulka po 1. uspořádání měřicí stanice	72
Tabulka 21: Použité tlakové snímače při zvýšeném tlaku v nádobě	72
Tabulka 22: Vyhodnocená tabulka po 2. uspořádání měřicí stanice	74
Tabulka 23: Vyhodnocená tabulka po 3. uspořádání měřicí stanice	76

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 3.1: Závislost izoentropické rychlosti zvuku ve vzduchu na teplotě	23
Obrázek 4.1: Tabulka zdrojů vakua, měřidel a využití při různých tlacích	28
Obrázek 4.2: Princip kapalinokružných vývěv	30
Obrázek 4.3: Molekulární a turbomolekulární vývěva	31
Obrázek 5.1: Subsonická přímá metoda s využitím reverzního rázu	37
Obrázek 5.2: Subsonická přímá odrazová metoda	37
Obrázek 5.3: Subsonická přímá výtlačná metoda	38
Obrázek 5.4: Subsonická kruhová výtlačná metoda.....	39
Obrázek 6.1: Příklad 1D sítě pro stlačitelné proudění v potrubí s konstantním průřezem.....	57
Obrázek 6.2: Časový průběh po modelovaném reverzním rázu v jednotlivých průřezech.....	64
Obrázek 6.3: Zobrazení rázů s využitím colormap.....	65
Obrázek 6.4: Časový průběh modelování rázu v jednotlivých průřezech.....	66
Obrázek 6.5: Přiblížení časového průběhu tlaku	67
Obrázek 6.6: Přiblížení časového průběhu hmotnostního průtoku	67
Obrázek 7.1: První schématická ilustrace měřicí tratě	69
Obrázek 7.2: Fotografie měřicí tratě.....	69
Obrázek 7.3: Řešení uzavěrů na vstupu z atmosféry.....	70
Obrázek 7.4: Příklad reverzního rázu v plynu	71
Obrázek 7.5: Druhá schématická ilustrace měřicí tratě	73
Obrázek 7.6: Příklad rázu v plynu od rychlého uzavření ventilů na výstupu.....	73
Obrázek 7.7: Přiblížení tlakového překmitu po rázu	74
Obrázek 7.8: Třetí schématická ilustrace měřicí tratě	75
Obrázek 7.9: Otevření ventilů při třetím uspořádání.....	75
Obrázek 7.10: Vznik reverzního rázu při třetím uspořádání měřicí stanice.....	76